

**UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA
LA MOLINA**

**ESCUELA DE POSGRADO
MAESTRÍA EN RECURSOS HÍDRICOS**



**“MODELAMIENTO NUMÉRICO BIDIMENSIONAL DEL
FLUJO HIPERCONCENTRADO”**

Presentada por:

LEONARDO FRANCO CASTILLO NAVARRO

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO DE
MAGISTER SCIENTIAE EN RECURSOS HÍDRICOS**

Lima - Perú

2018

**UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA
LA MOLINA**

**ESCUELA DE POSGRADO
MAESTRÍA EN RECURSOS HÍDRICOS**

**“MODELAMIENTO NUMÉRICO BIDIMENSIONAL DEL
FLUJO HIPERCONCENTRADO”**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO DE
MAGISTER SCIENTIAE**

Presentada por:

LEONARDO FRANCO CASTILLO NAVARRO

Sustentada y aprobada ante el siguiente jurado:

Mg. Sc. Sebastián Santayana Vela
PRESIDENTE

Dr. Samuel Quisca Astocahuana
PATROCINADOR

Dr. Abel Mejía Marcacuzco
MIEMBRO

Mg.Sc. Miguel Sánchez Delgado
MIEMBRO

DEDICATORIA

A Dios por darme la paciencia,
esperanza y amor en mi camino.

A mis padres, por darme la vida y la
oportunidad de ser mi presente y mi
futuro. A mi madre, por su compañía,
y su dosis de amor.

A mi esposa e hijos, por ser el motor de
mi vida, por su comprensión
incondicional y por el cariño brindado
cuando uno lo necesita. Sin ustedes esto
no hubiera sido posible.

AGRADECIMIENTO

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento:

A la Escuela de Postgrado de la UNALM, por mi formación académica y profesional durante los años de enseñanza.

Al Dr. Samuel Quisca Astocahuana, asesor de la presente tesis de maestría, por sus orientaciones, consejos y amistad.

A cada uno de los docentes de la maestría de Recursos Hídricos por su presencia, tiempo e inspiración en las aulas de la universidad.

Al apoyo recibido en el marco del Proyecto de Investigación “Modelos Numéricos de Predicción para los Flujos de Huaycos y Aluviones”. Proyecto de Investigación N° 083-CONCYTEC.

ÍNDICE GENERAL

I.	INTRODUCCIÓN	1
II.	REVISION DE LITERATURA.....	3
2.1	ECUACIONES DIFERENCIALES GOBERNANTES	5
2.2	TÉCNICA DE RESOLUCIÓN NUMÉRICA.....	7
2.2.1	MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS (FDM).....	8
2.2.2	MÉTODO DE MACCORMACK.....	8
2.3	CONDICIONES DE CONTORNO	11
2.4	CONDICIONES INICIALES	12
2.5	ESTABILIDAD	14
2.6	VISCOSIDAD ARTIFICIAL	14
2.7	RESISTENCIA AL FLUJO HIPERCONCENTRADO	16
III.	MATERIALES Y MÉTODOS.....	19
IV.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	24
4.1	DOMINIO COMPUTACIONAL	24
4.2	VALIDACIÓN DEL MODELO	26
4.2.1	RESULTADOS PARA EL FLUJO DE AGUA	29
4.2.2	RESULTADOS PARA EL FLUJO BIFÁSICO.....	30
4.3	PLANTEAMIENTO DE ESCENARIOS	33
4.4	RESULTADOS	35
V.	CONCLUSIONES	58
VI.	RECOMENDACIONES	59
VII.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	60

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro N° 1. Listado de archivos *.m con código MATLAB	22
Cuadro N° 2. Principales parámetros y nomenclatura para el dominio computacional .	25
Cuadro N° 3. Dimensiones del canal y especificaciones de control para validación.....	28
Cuadro N° 4. Dimensiones del canal y especificaciones de control para escenarios.....	34
Cuadro N° 5. Escenarios para flujo de agua ($C_v < 20\%$).....	35
Cuadro N° 6. Escenarios para flujo hiperconcentrado ($C_v = 45\%$)	35
Cuadro N° 7. Resultados del programa MUDCP2D para flujos de agua.....	44
Cuadro N° 8. Resultados del programa MUDCP2D para flujos hiperconcentrados.....	57

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Coordenadas del flujo en canal	7
Figura 2. Malla de diferencias finitas	8
Figura 3. Secuencias de diferenciación	10
Figura 4. Condiciones de contorno.....	11
Figura 5. Ruptura de presa instantáneo. a) onda idealizada e Ritter's, b) onda real observada de forma experimental.....	13
Figura 6. Diagrama de flujo de la metodología aplicada.....	20
Figura 7. Diagrama de flujo del programa MUDCP2D 1.0	21
Figura 8. Esquema del dominio computacional	25
Figura 9. Figura izquierda a) Evolución temporal de la posición del frente de la onda bidimensional de agua sobre la plataforma de deposición. Figura derecha b) Evolución temporal de la posición del frente de la onda bidimensional de la mezcla bifásica sobre la plataforma de deposición.....	27
Figura 10. Perfil del frente de onda de agua para el paso de tiempo $K=677$	29
Figura 11. Vista 3D del frente de onda de agua para el paso de tiempo $K=677$	30
Figura 12. Evolución temporal de la posición del frente de la onda bidimensional de agua sobre la plataforma de deposición para distintos pasos de tiempo	31
Figura 13. Perfil del frente de la onda bifásica para el paso de tiempo $K=797$	32
Figura 14. Vista 3D del frente de onda bifásica para el paso de tiempo $K=797$	32
Figura 15. Evolución temporal de la posición del frente de la onda bifásica sobre la plataforma de deposición para distintos pasos de tiempo.....	33
Figura 16. Vista 3D de la onda de flujo de agua ($Sch=0,010$)	37
Figura 17. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($Sch=0,010$)	38
Figura 18. Vista en planta por contornos de los tirantes máximos ($Sch=0,010$).....	38
Figura 19. Vista 3D de la onda de flujo de agua ($Sch=0,050$)	39
Figura 20. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($Sch=0,050$)	39
Figura 21. Vista en planta por contornos de los tirantes máximos ($Sch=0,050$).....	40
Figura 22. Vista 3D de la onda de flujo de agua ($Sch=0,100$)	40
Figura 23. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($Sch=0,100$)	41
Figura 24. Vista en planta por contornos de los tirantes máximos ($Sch=0,100$).....	41
Figura 25. Vista 3D de la onda de flujo de agua ($Sch=0,200$)	42

Figura 26. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo (Sch=0,200)	42
Figura 27. Vista en planta por contornos de los tirantes máximos (Sch=0,200).....	43
Figura 28. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=50$ Pa.s., Sch=0,05).....	47
Figura 29. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=50$ Pa.s., Sch=0,05)	47
Figura 30. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=50$ Pa.s., Sch=0,10).....	48
Figura 31. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=50$ Pa.s., Sch=0,10)	48
Figura 32. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=50$ Pa.s., Sch=0,20).....	49
Figura 33. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=50$ Pa.s., Sch=0,20)	49
Figura 34. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=100$ Pa.s., Sch=0,05).....	50
Figura 35. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=100$ Pa.s., Sch=0,05)	50
Figura 36. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=100$ Pa.s., Sch=0,10)....	51
Figura 37. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=100$ Pa.s., Sch=0,10)	51
Figura 38. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=100$ Pa.s., Sch=0,20).....	52
Figura 39. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=100$ Pa.s., Sch=0,20)	52
Figura 40. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=150$ Pa.s., Sch=0,05).....	53
Figura 41. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=150$ Pa.s., Sch=0,05)	53
Figura 42. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=150$ Pa.s., Sch=0,10).....	54
Figura 43. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=150$ Pa.s., Sch=0,10)	54
Figura 44. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=150$ Pa.s., Sch=0,20).....	55
Figura 45. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=150$ Pa.s., Sch=0,20)	55
Figura 46. Perfil de la onda bifásica – mezcla muy viscosa ($\mu=150$ Pa.s., Sch=0,20)...	56

ÍNDICE DE ANEXOS

ANEXO 1. Ecuaciones del flujo Predictor-Corrector (puntos interiores)	78
ANEXO 2. Ecuaciones del flujo Predictor-Corrector (contornos)	83
ANEXO 3. Código MATLAB del programa MUDCP2D 1.0	96
ANEXO 4. Dominio y esquema de contornos para el canal-plataforma	114

RESUMEN

El Perú no es ajeno a los flujos de huaycos y anualmente ocurren estos eventos en distintas regiones del país produciendo daños materiales y pérdidas humanas. En ese contexto, el estudio y modelamiento de flujos hiperconcentrados (flujos con concentración volumétrica de sedimentos mayor a 20%) permite efectuar un análisis más consistente y confiable en la estimación de parámetros de diseño para medidas de protección.

La presente investigación, elabora un programa MUDCP2D en entorno Matlab del modelamiento numérico bidimensional del flujo hiperconcentrado con características de un flujo viscoso transitado sobre un canal a distintas pendientes que se deposita sobre una plataforma.

La metodología aplicada comprende la revisión del modelo conceptual de aguas pocas profundas de Saint-Venant en su forma conservativa, la discusión de las ecuaciones gobernantes de los flujos hiperconcentrados, la revisión de la técnica de integración numérica para la resolución de las ecuaciones gobernantes, la aplicación de esquema de MacCormack, el planteamiento y definición del dominio computacional así como el tratamiento de las condiciones de contorno iniciales y las condiciones de borde sobre el dominio computacional. Finalmente, se obtiene el programa MUDCP2D para la validación con la base de datos experimentales Quisca (1995).

Un paso siguiente fue el análisis de distintos escenarios para diferentes pendientes y viscosidades del flujo hiperconcentrado con la finalidad de evaluar la sensibilidad del programa MUDCP2D. Se simulan 13 escenarios, de los cuales 4 corresponden a flujo de agua y 9 a flujo hiperconcentrado. La altura inicial del flujo para todos los escenarios propuestos es de 4 m en una longitud de muestra de 50 m y una longitud de tránsito de canal de 200 m. La plataforma al final de tramo es cuadrada de 30 m de longitud y pendiente cero. Los resultados del proceso son tirantes y velocidades máximas en tramo de canal y deposición en plataforma.

Palabras claves: flujos de lodo, flujo de escombros, flujos hiperconcentrados, esquema de MacCormack, modelo reológico viscoso.

ABSTRACT

Peru is not oblivious to the debris flows and these events occur annually in different regions of the country, causing material damage and human losses. In this context, the study and modeling of hyperconcentrated flows (flows with volumetric concentration of sediments greater than 20%) allows a more consistent and reliable analysis to be made in the estimation of design parameters for protection measures.

The present investigation elaborates a MUDCP2D software in Matlab language of two-dimensional numerical modeling of the hyper-concentrated flow with characteristics of a viscous flow transited on a channel to different slopes that is deposited on a platform.

The applied methodology includes the revision of the conceptual model of shallow waters of Saint-Venant in its conservative form, the discussion of the governing equations of the hyper-concentrated flows, the revision of the technique of numerical integration for the resolution of the governing equations, the MacCormack schema application, the approach and definition of the computational domain as well as the treatment of initial boundary conditions and edge conditions over the computational domain. Finally, the MUDCP2D software is obtained for the validation with the experimental database of Quisca (1995).

A next step was the analysis of different scenarios for different slopes and dynamic viscosities of the hyper-concentrated flow in order to evaluate the sensitivity of the MUDCP2D software. Thirteen scenarios are simulated, of which four correspond to water flow and nine to hyper-concentrated flow. The initial height of the flow for all proposed scenarios is 4 m for a sample length of 50 m and a channel transit length of 200 m. The platform at the end of the section is square with a length of 30 m and a zero slope. The results of the process are heights and velocities maximum in channel section and platform deposition.

Keywords: mudflow, debris flow, hyperconcentrated flows, MacCormack scheme, viscous rheological model.

I. INTRODUCCIÓN

Anualmente, con o sin presencia del Fenómeno El Niño, ocurren eventos de huaycos en distintas regiones del país produciendo daños materiales y la pérdida invaluable de vidas humanas. Antes los hechos, la actitud de las autoridades gubernamentales frente a este tipo de desastre natural ha sido pasiva, privilegiando las acciones de emergencia y socorro ante las acciones de prevención.

El Perú no es ajeno a los flujos de huaycos y un ejemplo reciente de ello son los sucesos del verano de 2017 donde se desencadenó una serie de activaciones de quebradas, que por décadas permanecían secas y produjeron flujos que afectaron a ciudades principales como Lima, Trujillo, Piura, entre otros. Este denominado “Niño Costero” afectó a nivel nacional alrededor de 12 000 viviendas en 711 distritos, según fuente del Centro de Operaciones de Emergencias Nacional (COEN). Un gran porcentaje de los peligros registrados fueron huaycos en su mayoría e inundaciones.

Los recientes avances en el estudio y modelamiento de los flujos hiperconcentrados, particularmente en los flujos de huaycos, permiten dejar de lado los métodos aplicables de flujos de agua con baja concentración de sólidos, y efectuar un análisis más consistente y confiable en la estimación de los parámetros para el diseño de medidas de protección.

En este contexto, en base a resultados experimentales de laboratorio del explayamiento en un cono de deyección (plataforma) hace aplicable el desarrollo de modelos numéricos referidos a flujos hiperconcentrados que constituya una herramienta computacional para estimar con mayor precisión la vulnerabilidad y el riesgo que involucra el potencial peligro de la ocurrencia de un huayco en la deposición.

El uso de herramientas computacionales proporciona una mayor rapidez en los resultados y en la evaluación y sensibilidad de parámetros críticos dentro del modelo conceptual. Una dosis de métodos numéricos representado en un lenguaje de programación permite el análisis

científico del problema y la aproximación a una solución teórica acoplada a visualizaciones de datos. La propuesta es el ejercicio de la aplicación de un esquema numérico como diferencias finitas a un problema de tránsito de una onda de flujo hiperconcentrado.

El producto de la presente tesis servirá como herramienta de aproximación, predicción y caracterización del flujo hiperconcentrado en nuestro medio para organismos privados y gubernamentales de defensa civil. Podrán redefinir sus inversiones, incorporando los “desastres por flujos hiperconcentrados” en sus programas, pudiendo de esa manera, planificar y controlar la explotación en quebradas, propiciando el uso racional de los recursos.

La promoción del uso de modelos matemáticos permitirá definir mapas de amenaza o vulnerabilidad ante un evento de flujo de huaycos. Con el mapa de riesgo, será más fácil crear un ambiente de conciencia frente a estos fenómenos naturales e informar a la población de manera técnica las consecuencias posibles del huayco.

Por lo tanto, el objetivo general de la tesis es la elaboración de un programa MUDCP2D en el lenguaje de programación Matlab del modelamiento numérico bidimensional de un flujo hiperconcentrado.

Además, los objetivos específicos corresponden a:

- Selección de conjunto de observaciones experimentales generados y reportados por Quisca (1995) para un proceso de validación.
- Definir el modelo conceptual aplicando las ecuaciones de Saint-Venant acoplado a un modelo reológico viscoso para la modelación del flujo bidimensional tipo huaycos.
- Resolución de las ecuaciones gobernantes mediante técnica de resolución numérica tipo MacCormack y definición de contornos computacionales.
- Interpretación y discusión de resultados.

II. REVISION DE LITERATURA

El presente capítulo incorpora el estado del arte sobre los flujos hiperconcentrados. La teoría es referenciada de distintos investigadores y se extrae el fundamento teórico que se emplea para el modelamiento bidimensional.

Los flujos de escombros (hiperconcentrados) fueron inicialmente simulados por modelos de tránsito unidimensionales. Schamber y MacArthur (1985) crearon un modelo de elementos finitos unidimensional para flujos de lodo usando el modelo reológico de Bingham para evaluar los esfuerzos cortantes del fluido no-Newtoniano. O'Brien (1986) diseñó un modelo de flujo de lodo unidimensional para canales de cuenca, empleando también el modelo reológico de Bingham. En 1986, MacArthur y Schamber presentaron un modelo de elementos finitos de dos dimensiones para ser aplicado a topografías superficiales simplificadas. Las propiedades fluidas fueron modeladas como un fluido Bingham cuyo esfuerzo al corte es una función de la viscosidad y el esfuerzo de cedencia del fluido.

Takahashi y Tsujimoto (1985) propusieron un modelo de diferencia finitas bidimensional para flujos de escombros (huaycos) basados en el modelo de fluido dilatante acoplado con la resistencia del flujo de Coulomb. O'Brien y Julien (1988), Major y Pierson (1990), y Julien y Lan (1991) investigaron flujos de lodo con altas concentraciones de sedimento fino en la matriz fluida. Estos estudios mostraron que los flujos de lodo se comportan como los fluidos Bingham con bajas tasa de corte. El modelo cuadrático de esfuerzo al corte propuesto por O'Brien y Julien (1985) describe el régimen continuo del flujo viscoso a flujo turbulento/dispersivo.

Actualmente, existen en el mercado modelos bidimensionales comerciales, tal como el FLO-2D y RIVER-FLOW 2D que transitan flujos de sedimentos hiperconcentrados como un fluido continuo (mezcla de agua-sedimento prediciendo el movimiento del fluido viscoso). El modelo reológico aplicado es el de O'Brien y Julien (1985) que predice la viscosidad y el esfuerzo de cedencia como una función de la concentración volumétrica de sedimentos. Otro

modelo empleado para la simulación de flujos de barro y escombros, es el modelo desarrollado por Quisca (1995), donde se emplea un esquema más robusto en la solución de las ecuaciones generales.

Para transitar flujos hiperconcentrados, la literatura lo representa en dos grandes grupos: uno donde se diferencia el espesor líquido y el sedimento (incorporando tamaño de piedras y granulometría). En este tipo de esquemas la representación matemática se vuelve más compleja.

Por otro lado, se tiene la representación del flujo haciéndolo un solo espesor de mezcla agua-sedimento. Los flujos de sedimento hiperconcentrado como lodo y flujos de escombros (huaycos) envuelven la interacción en una mezcla homogénea y considera aspectos de turbulencia, esfuerzos viscosos, cambio de momento de la partícula sedimento-fluido, arrastre de partículas y colisión de partículas de sedimento. La mayoría de modelos existentes adopta este esquema pudiendo ser modelado con las ecuaciones de flujo de agua e incorporando pendientes de fricción viscosa, turbulenta-dispersiva. O'Brien y Julien (1985) mencionan que para grandes tasas de esfuerzo al corte tal como podría ocurrir en abanicos aluviales pronunciados, los esfuerzos turbulentos pueden ser generados. En un flujo turbulento, un incremento de la componente de esfuerzo al corte, del esfuerzo dispersivo, puede provenir de la colisión de partículas de sedimento bajo grandes tasas de deformación del flujo. Los esfuerzos dispersivos ocurren cuando las partículas grandes del sedimento dominan el flujo y el porcentaje de sedimento fino cohesivo (limos y arcillas) es pequeño.

El cálculo de los flujos de superficie libre no permanente es necesario para las ondas de inundación generadas por tormentas o fallas de presas, diques u otras estructuras. Para tales análisis, los modelos numéricos pueden ser utilizados como herramienta de gestión si el nivel de agua y la velocidad de onda se pueden predecir con precisión en una amplia gama de condiciones. Por ejemplo, estos resultados pueden ser usados para estimar el tiempo de llegada y la altura de ondas de la inundación en una ubicación aguas abajo especificada. Estos flujos, en el caso de conos de deyección y explayamiento de la onda, son mejor descritos por modelos bidimensionales. El cálculo del flujo bidimensional no permanente es más complicado que el cómputo de flujos unidimensionales debido a la necesidad de subrutinas eficientes y a las inclusiones de las condiciones de contorno.

Las ecuaciones de aguas poco profundas, también referidas como las ecuaciones de Saint Venant, describen flujos de superficie libre bidimensional no permanente. Estas ecuaciones se derivan asumiendo la distribución de la presión hidrostática, el cual es válida, excepto cuando la superficie del agua tiene curvaturas agudas. Son ecuaciones diferenciales parciales de primer orden, hiperbólicas no lineales que se resuelven numéricamente.

El método de las características fue utilizado por Katopodes (1978) para simular la propagación bidimensional de las ondas de la inundación de la rotura de la presa. Matsutomi (1983), usó el esquema “leapfrog” (método simple para resolver numéricamente ecuaciones diferenciales, también llamado el método del salto de rana) para calcular perfiles del flujo de la ruptura de la presa sobre un lecho seco. Katopodes (1984) utilizó una técnica de elementos finitos basada en la formulación de Petrov-Galerkin para resolver varias situaciones de flujo discontinuo en dos dimensiones.

El estado del arte introduce dos esquemas explícitos de diferencia finita de segundo orden para la solución de ecuaciones de aguas poco profundas bidimensional. Estos esquemas son de precisión de segundo orden tanto en el espacio como en el tiempo y predicen la ubicación y la altura de la onda sin requerir un ajuste de choque. Fennema y Chaudhry (1986, 1987) aplicaron estos esquemas para las soluciones de un número de problemas de flujo de canal abierto unidimensionales. Las ecuaciones diferenciales que gobiernan fueron presentadas por primera vez donde se discutieron los detalles de los esquemas de diferencias finitas, las condiciones de estabilidad y la inclusión de las condiciones de contorno.

2.1 ECUACIONES DIFERENCIALES GOBERNANTES

En numerosos problemas de la hidráulica, la consideración de flujo unidimensional no es válida, debiendo ser consideradas las componentes en las otras dos dimensiones, por ejemplo, en el caso del flujo aguas abajo de una ruptura de presa, en fallas de diques, en resaltos hidráulicos, ensanchamientos/contracciones, etc. Aunque el flujo en estas situaciones es tridimensional, su análisis puede ser simplificado usando magnitudes promediadas verticalmente y tratando el problema como un flujo bidimensional en la dirección horizontal.

Las ecuaciones de Saint-Venant describen el flujo bidimensional no estacionario promediado verticalmente. Dichas ecuaciones representan los principios de conservación de la masa y de la cantidad de movimiento, estando obtenidas a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes bajo ciertas simplificaciones, Chaudhry (1998).

En términos de las variables fundamentales del flujo h , u y v , las ecuaciones de Saint-Venant en forma conservativa pueden ser escritas vectorialmente como sigue:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + S = 0 \quad (1)$$

Donde

$$U = \begin{bmatrix} h \\ uh \\ vh \end{bmatrix} \quad (2a)$$

$$E_x = \begin{bmatrix} uh \\ u^2h + \frac{1}{2}gh^2 \\ uvh \end{bmatrix} \quad (2b)$$

$$F_y = \begin{bmatrix} vh \\ uvh \\ v^2h + \frac{1}{2}gh^2 \end{bmatrix} \quad (2c)$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh(S_{ox} - S_{fx}) \\ -gh(S_{oy} - S_{fy}) \end{bmatrix} \quad (2d)$$

en las que t es el tiempo; u y v son las componentes del vector velocidad del flujo en las direcciones x e y (direcciones longitudinal y transversal); h es la profundidad del agua medida verticalmente; g es la aceleración de la gravedad; S_{ox} y S_{oy} son las pendientes de fondo en las direcciones x e y ; S_{fx} y S_{fy} son las pendientes de fricción en las direcciones x e y , y x e y son las variables del sistema coordenado, tal como se muestra en la **Figura 1**. E_x y F_y son los denominados vectores de flujo; U es el vector de las variables dependientes y S es el vector fuente. Las pendientes de fricción S_{fx} y S_{fy} pueden ser calculadas usando las fórmulas para régimen estacionario en el caso de fluidos newtonianos:

$$S_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{C_0^2 h^{1.33}} \quad (3a)$$

$$S_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{C_o^2 h^{1.33}} \quad (3b)$$

en la que n =coeficiente de rugosidad de Manning y C_o =factor de corrección de unidades ($C_o=1$ en unidades SI y 1.49 en Unidades Inglesas).

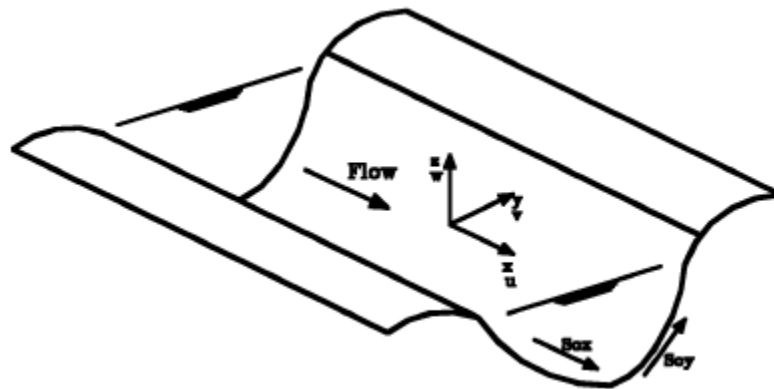


Figura 1. Coordenadas del flujo en canal

Fuente: Tarek et al. (2000)

Las ecuaciones de Saint-Venant (1), son ecuaciones diferenciales parciales no lineales de primer orden, para las que no existen soluciones analíticas (excepto para problemas de flujo unidimensional muy simplificado), de manera que son necesarias las soluciones numéricas (Chaudhry, 1993). Tal como se ha comentado anteriormente, existen diversos métodos numéricos para modelar flujos. Debe ser destacado que no existe un único procedimiento para todos los problemas, de manera que la elección del método a utilizar depende del buen criterio del especialista (Pepper & Baker, 1988).

2.2 TÉCNICA DE RESOLUCIÓN NUMÉRICA

El método de las Características (MOC) es el primero que se utilizó para la simulación de diversos problemas de flujo. Monge desarrolló el procedimiento gráfico para la integración de ecuaciones diferenciales parciales en 1789, y llamó a dicho procedimiento método de las Características (Tarek et. al, 2000). Aunque es considerado como un método convencional para el análisis de transitorios en conductos cerrados, su aplicación al caso de canales abiertos es casi insignificante, habiendo sido reemplazado por otros métodos como FDM, FEM, FVM (Chaudhry, 1993).

2.2.1 Método de Diferencias Finitas (FDM)

El método de diferencias finitas (FDM) presentado por Lax & Wendroff (1960) resuelven las ecuaciones gobernantes de los problemas de flujo bidimensional no estacionario (ecuaciones de Saint-Venant). Existen diferentes modelos numéricos para el FDM. Estos modelos, generalmente conocidos como modelos de dos pasos (secuencia de predicción-corrección), son aproximaciones espacio-temporales de segundo orden basadas en desarrollos en serie de Taylor hasta segundo orden (Tarek M. Salaheldin, et. al, 2000).

La notación utilizada para la malla de diferencias finitas en (x,y,t) se muestra en la **Figura 2**. Las direcciones x e y se designan por los subíndices i y j respectivamente, mientras que el subíndice k representa al tiempo. El instante en el que todas las variables son conocidas se representa con el superíndice k , mientras que el instante incógnito se representa con $k+1$. El número total de nodos en (x,y,t) son $N+1$, $M+1$ y $K+1$ respectivamente.

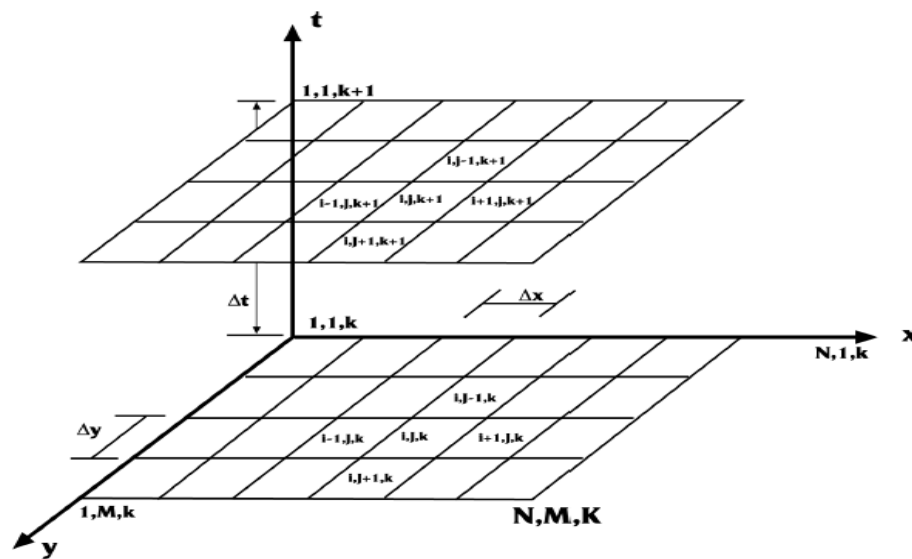


Figura 2. Malla de diferencias finitas

Fuente: Chaudhry (1993).

2.2.2 Método de MacCormack

El método de MacCormack es un esquema explícito en diferencias finitas. Consiste en una secuencia de predicción-corrección de dos pasos. Las siguientes ecuaciones en diferencias pueden ser aplicadas para aproximar las ecuaciones de Saint-Venant (Ecuación 1) para régimen no estacionario promediadas verticalmente. Los términos de predicción-corrección están definidos del siguiente modo:

$$\text{Predictor: } U_{i,j}^* = U_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} \nabla_x E_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta y} \nabla_y F_{i,j}^k - \Delta t \cdot S_{i,j}^k \begin{cases} 2 \leq i \leq N \\ 2 \leq j \leq M \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{Corrector: } U_{i,j}^{**} = U_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} \Delta_x E_{i,j}^* - \frac{\Delta t}{\Delta y} \Delta_y F_{i,j}^* - \Delta t \cdot S_{i,j}^* \begin{cases} 1 \leq i \leq N - 1 \\ 1 \leq j \leq M - 1 \end{cases} \quad (5)$$

El valor final del vector de variables dependientes U en el nuevo instante $k+1$ puede calcularse a partir de:

$$U_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} (U_{i,j}^* + U_{i,j}^{**}) \quad (6)$$

El esquema usa las diferencias espaciales previas (∇_x, ∇_y) en el término de predicción, y diferencias espaciales posteriores (Δ_x, Δ_y) en el término de corrección. Los operadores de diferencia previa y posterior se definen como:

$$\Delta_x E_{i,j} = E_{i+1,j} - E_{i,j} \quad (7a)$$

$$\Delta_y F_{i,j} = F_{i,j+1} - F_{i,j} \quad (7b)$$

$$\nabla_x E_{i,j} = E_{i,j} - E_{i-1,j} \quad (7c)$$

$$\nabla_y F_{i,j} = F_{i,j} - F_{i,j-1} \quad (7d)$$

El término de corrección usa incrementos hacia el lado opuesto que los utilizados por el término de predicción, debiendo ser alternados en cada incremento de tiempo, Chaudhry (1993). La **Figura 3** muestra las secuencias de incrementos. Con esta secuencia se reducen la mayoría de las desviaciones direccionales del esquema.

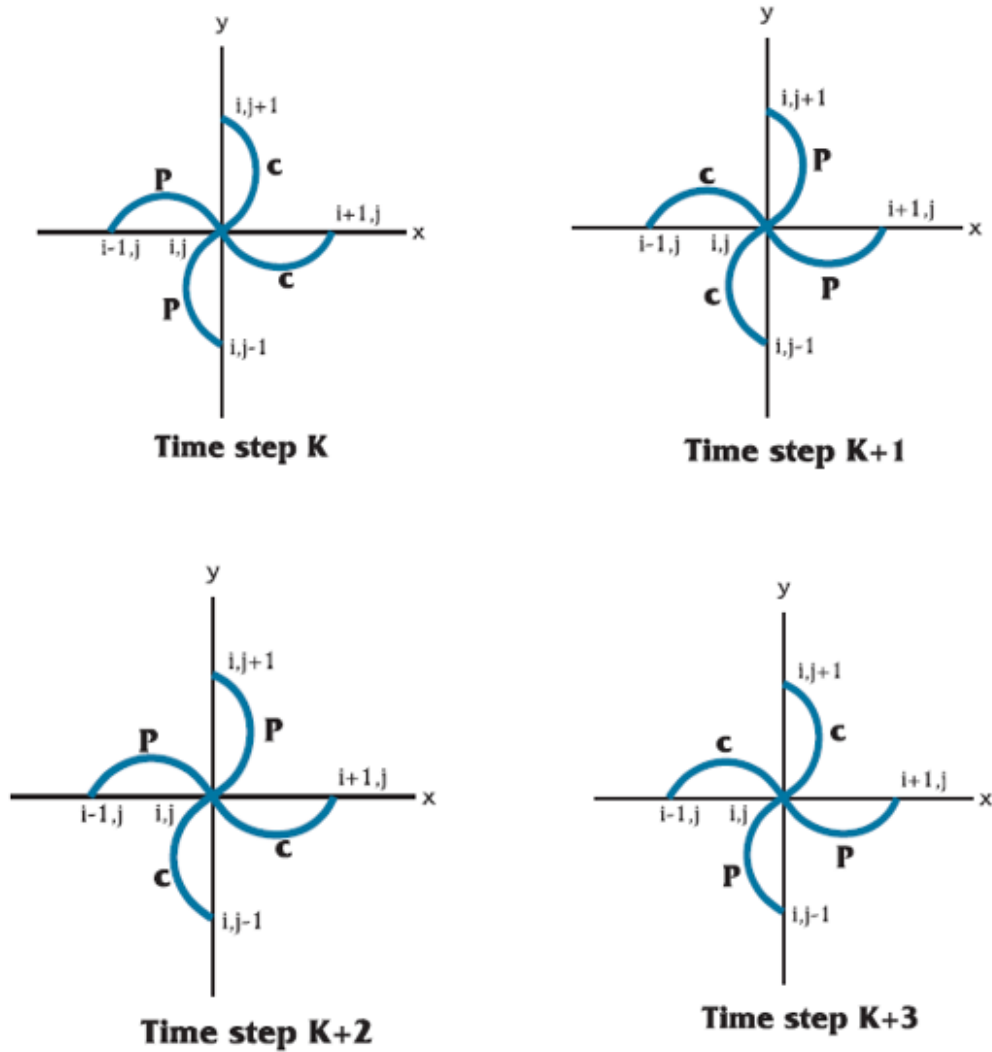


Figura 3. Secuencias de diferenciación

Fuente: Chaudhry (1993)

Finalmente, los valores de las variables primitivas de velocidad son determinadas del cálculo de U para cada paso de tiempo como sigue, donde $n+1$ se refiere al valor obtenido luego de la secuencia predicción-corrección:

$$u^{n+1} = \frac{(uh)^{n+1}}{h^{n+1}} \quad (8a)$$

$$v^{n+1} = \frac{(vh)^{n+1}}{h^{n+1}} \quad (8b)$$

En el **ANEXO 1** se muestran las ecuaciones del flujo para el Predictor (P) y Corrector (C) en los 4 pasos de tiempos K para los puntos interiores de una malla.

2.3 CONDICIONES DE CONTORNO

La solución numérica de un sistema de ecuaciones diferenciales de tipo hiperbólicas y de primer orden, como la ec. (1), se obtiene usualmente sobre un dominio computacional finito. Esta ecuación representa la propagación de las ondas, y a través del contorno algunas de las ondas se propagan hacia el interior del dominio computacional, mientras que otras se propagan fuera de él (Quisca, 1995). Para la solución numérica de las variables del flujo dentro del dominio computacional es necesario hacer un tratamiento de los contornos.

En el tratamiento de los bordes del dominio se consideran los contornos sólidos con propiedades de reflexión. El procedimiento consiste en generar nodos ficticios en la pared sólida que son reemplazados por puntos del interior inmediato. El signo de la componente normal de velocidad es cambiado y representado en el nodo ficticio. En la **Figura 4** se muestra el esquema de las condiciones de contorno para una pared vertical.

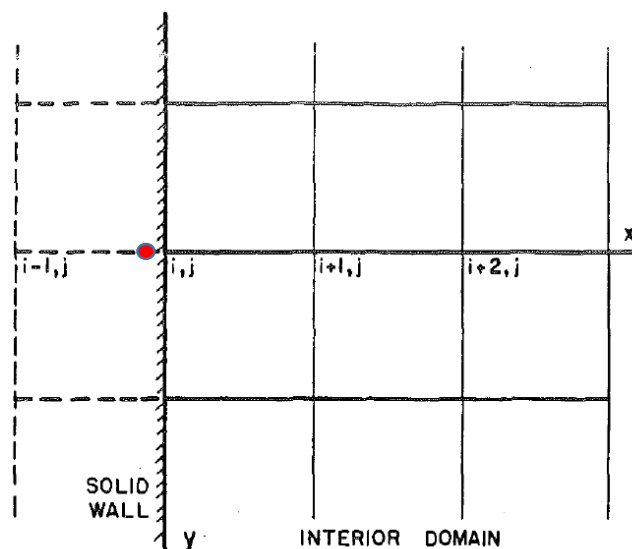


Figura 4. Condiciones de contorno

Fuente: Fennema et. al. (1993)

Por lo tanto, las variables del flujo (u , v y h) deben ser actualizadas en los operadores de diferencia previa y posterior. Por ejemplo, para el paso de tiempo K en la predicción se debe considerar las siguientes condiciones de contorno:

$$u_{i,j} = 0 \quad (9a)$$

$$u_{i-1,j} = -u_{i+1,j} \quad (9b)$$

$$v_{i-1,j} = v_{i+1,j} \quad (9c)$$

$$h_{i-1,j} = h_{i+1,j} \quad (9d)$$

En el **ANEXO 2** se muestran las ecuaciones del flujo para el Predictor (P) y Corrector (C) en los 4 pasos de tiempos K para los puntos de contorno en la vertical, horizontal y esquina.

2.4 CONDICIONES INICIALES

Dentro del dominio computacional, se debe establecer la condición de iniciación del flujo para su posterior tránsito aguas abajo. El esquema propuesto dentro de la literatura para estos tipos de flujos hiperconcentrados cuya iniciación debe ser abrupta, se asimila a proceso de la ruptura de una presa.

El esquema conceptual es identificar el eje de la presa con un nivel de flujo aguas arriba almacenado y una abertura o rompimiento instantáneo, generando un perfil del flujo en el instante t.

Ritter encontró en 1892 una solución analítica para la estructura de la onda de una descarga de fluido ideal durante una falla instantánea de una presa, propagándose sobre un terreno horizontal seco inicialmente. Esta solución, en condiciones ideales, bajo fricción ha sido ampliamente usada en resoluciones de las ecuaciones de aguas pocas profundas. Es una práctica aceptada para verificar modelos numéricos usar casos de prueba simples e idealizados. No se puede esperar resolver con alguna precisión un problema de flujo real complejo si una prueba simplificada e ideal no es adecuadamente abordado por un modelo numérico. En este contexto, la solución de una presa ideal de lecho seco de Ritter para un canal rectangular y horizontal sigue siendo hoy, después de más de un siglo, es una herramienta de amplio uso para los modeladores (Castro y Chanson, 2017).

La solución de Ritter para las ecuaciones de aguas poca profundas para la falla instantáneas de la ruptura de la presa es:

$$h = \frac{1}{9g} \left[2(gh_o)^{1/2} - \frac{x}{t} \right]^2 \quad (10)$$

$$u = \frac{2}{3} \left[\frac{x}{t} + (gh_o)^{1/2} \right] \quad (11)$$

Donde: h_o es la altura del flujo en el almacenamiento aguas arriba en el momento de la iniciación del colapso, u es la velocidad positiva en la dirección x , t es el tiempo, x es la coordenada horizontal con $x=0$ en la pared de la presa y g es la aceleración de la gravedad. En la Figura 5 se muestra el perfil instantáneo de la ruptura de la presa para el caso ideal (a) y la onda observada experimentalmente (b). Para las condiciones de $x=0$ (pared de la presa), el tirante del flujo $h = (4/9)h_o$ y la velocidad $u = (2/3)(g h_o)^{0.5}$. Dichos valores serán considerados como condiciones iniciales del flujo.

Respecto a las velocidades del frente de onda aguas arriba y aguas abajo del eje de la pared de presa, se observa que los valores experimentales se encuentran por debajo del perfil idealizado. Castro y Chanson (2017) consideran que las velocidades en los extremos del perfil son:

$$X < 0, u = -(g h_o)^{0.5} \quad (12a)$$

$$X > 0, u = 2(g h_o)^{0.5} \quad (12b)$$

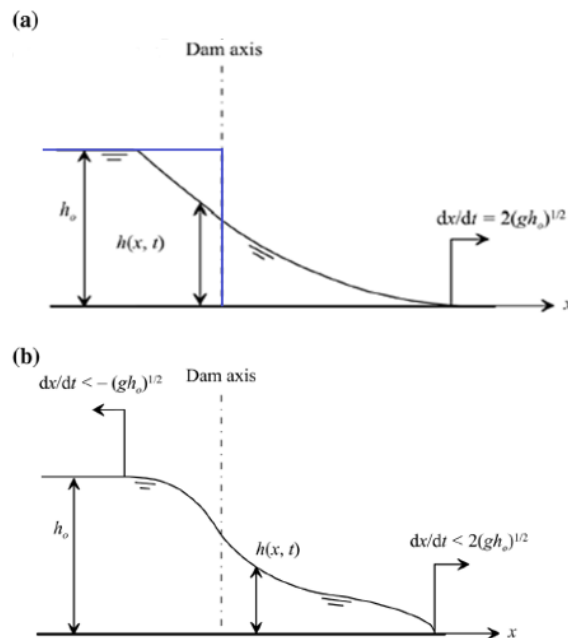


Figura 5. Ruptura de presa instantáneo. a) onda idealizada e Ritter's, b) onda real observada de forma experimental

Fuente: Castro y Chanson (2017).

2.5 ESTABILIDAD

La estabilidad de un modelo numérico puede ser analizada comprobando si un error crece o decrece a medida que el proceso resolutivo avanza. La estabilidad puede ser estudiada despreciando o linealizando los términos no lineales, (Chaudhry, 1993). Una fórmula empleada en los criterios de estabilidad de métodos numéricos es la de Courant.

La condición de estabilidad de Courant se expresa de la siguiente manera:

$$\Delta t = C_n \left\{ \min \left[\frac{\Delta x}{\max(c+|u|)}, \frac{\Delta y}{\max(c+|v|)} \right] \right\} \quad (13)$$

Anderson et al. (1984) recomiendan el uso de un valor del número de Courant $C_n < 1.0$ para lograr el mínimo error de truncado en el modelo de MacCormack. Se recomienda un valor de $C_n = 0.8$.

2.6 VISCOSIDAD ARTIFICIAL

Dentro del procesamiento del esquema explícito de MacCormack se evidencian oscilaciones numéricas debido a errores de truncamiento que inciden en el comportamiento y propiedades difusivas del esquema (Quisca, 1995). Para poder suavizar y remover las oscilaciones numéricas se utiliza el término de disipación artificial. Jameson et al. (1981) muestra las ecuaciones aplicadas:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + S - DU = 0 \quad (14)$$

Donde: D es un operador de disipación definido a lo largo de los ejes $DU = D_x U + D_y U$. Observar que, al momento de aplicar la técnica de resolución a las componentes, la variable de disipación se multiplica por $(\Delta t / \Delta x)$ o $(\Delta t / \Delta y)$ en función del eje analizado.

Usando diferencias de segundo orden del operador en la dirección x para la variable “h” se obtiene:

$$D_x h = [\epsilon_{i+1/2,j} (h_{i+1,j} - h_{i,j}) - \epsilon_{i-1/2,j} (h_{i,j} - h_{i-1,j})] \quad (15a)$$

$$\epsilon_{i+1/2,j} = k_d \frac{h_{i+1/2,j}}{\Delta x} \max(v_{x i,j}, v_{x i+1,j}) \quad (15b)$$

$$\epsilon_{i-1/2,j} = k_d \frac{h_{i-1/2,j}}{\Delta t} \max(v_{x\ i-1,j}, v_{x\ i,j}) \quad (15c)$$

$$v_{x\ i,j} = \frac{|h_{i+1,j} - 2h_{i,j} + h_{i-1,j}|}{|h_{i+1,j}| + |2h_{i,j}| + |h_{i-1,j}|} \quad (15d)$$

$$v_{x\ i-1,j} = \frac{|h_{i,j} - 2h_{i-1,j} + h_{i-2,j}|}{|h_{i,j}| + |2h_{i-1,j}| + |h_{i-2,j}|} \quad (15e)$$

$$v_{x\ i+1,j} = \frac{|h_{i+2,j} - 2h_{i+1,j} + h_{i,j}|}{|h_{i+2,j}| + |2h_{i+1,j}| + |h_{i,j}|} \quad (15f)$$

$$h_{i+1/2,j} = \frac{h_{i+1,j} + h_{i,j}}{2} \quad (15g)$$

$$h_{i-1/2,j} = \frac{h_{i,j} + h_{i-1,j}}{2} \quad (15g)$$

Siendo k_d una constante para regular la disipación de aproximadamente 0.5.

Usando diferencias de segundo orden del operador en la dirección y para la variable “h” se obtiene:

$$D_y h = [\epsilon_{i,j+1/2}(h_{i,j+1} - h_{i,j}) - \epsilon_{i,j-1/2}(h_{i,j} - h_{i,j-1})] \quad (16a)$$

$$\epsilon_{i,j+1/2} = k_d \frac{h_{i,j+1/2}}{\Delta y} \max(v_{y\ i,j}, v_{y\ i,j+1}) \quad (16b)$$

$$\epsilon_{i,j-1/2} = k_d \frac{h_{i,j-1/2}}{\Delta y} \max(v_{y\ i,j-1}, v_{y\ i,j}) \quad (16c)$$

$$v_{y\ i,j} = \frac{|h_{i,j+1} - 2h_{i,j} + h_{i,j-1}|}{|h_{i,j+1}| + |2h_{i,j}| + |h_{i,j-1}|} \quad (16d)$$

$$v_{y\ i,j-1} = \frac{|h_{i,j} - 2h_{i,j-1} + h_{i,j-2}|}{|h_{i,j}| + |2h_{i,j-1}| + |h_{i,j-2}|} \quad (16e)$$

$$v_{y\ i,j+1} = \frac{|h_{i,j+2} - 2h_{i,j+1} + h_{i,j}|}{|h_{i,j+2}| + |2h_{i,j+1}| + |h_{i,j}|} \quad (16f)$$

$$h_{i,j+1/2} = \frac{h_{i,j+1} + h_{i,j}}{2} \quad (16g)$$

$$h_{i,j-1/2} = \frac{h_{i,j} + h_{i,j-1}}{2} \quad (16g)$$

Finalmente, la solución para la variable de flujo “h”, atenuada por el término de viscosidad artificial, es:

$$h_{i,j}^{k+1} = h_{i,j}^{k+1} + D_x h^{k+1} + D_y h^{k+1} \quad (17)$$

Donde: k representa el paso de tiempo.

2.7 RESISTENCIA AL FLUJO HIPERCONCENTRADO

Julien y Lan (1991) propusieron un modelo reológico cuadrático para flujos hiperconcentrados. El modelo incluye cuatro componentes de resistencia: (1) la cohesión entre partículas, (2) la fricción viscosa entre el fluido y las partículas de sedimentos, (3) el impacto de las partículas y (4) la turbulencia. La formulación cuadrática resultante se ajusta muy bien con los experimentos de Bagnold, Savage y McKeown y Govier et al. (Julien y Lan, 1991). El modelo cuadrático se puede expresar por la relación:

$$\tau = \tau_y + \mu \frac{du}{dy} + \eta \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \quad (18)$$

Donde: τ es el esfuerzo cortante, τ_y es el esfuerzo de cedencia, μ es la viscosidad dinámica, η es el parámetro turbulento–dispersivo y du/dy el gradiente de velocidades normal a la dirección del flujo. El primer término del segundo miembro de la ecuación (1), que describe el esfuerzo debido a la cohesión entre las partículas finas de sedimento, es una propiedad del material y no depende de la tasa de deformación. El segundo término describe el esfuerzo viscoso del fluido interactuando con las partículas de sedimento. La suma de los dos primeros términos corresponde a la ecuación de los fluidos de Bingham. El último término expresa los efectos de la turbulencia y los efectos del esfuerzo dispersivo inducido por las colisiones entre las partículas de sedimento.

Las suspensiones hiperconcentrados de partículas de arcilla y cuarzo en agua a bajas tasas de corte se comportan como fluidos de Bingham, según refieren O'Brien y Julien (1988). Otros materiales presentan un esfuerzo de cedencia, como en el caso de los fluidos de Bingham, pero exhiben una relación de esfuerzo contra corte que no es lineal. Usualmente, la relación muestra una convexidad en relación con el esfuerzo cortante. A este comportamiento se le puede denominar pseudoplástico cedente, expresado mediante una ecuación empírica del tipo:

$$\tau = \tau_y + a \left(\frac{du}{dy} \right)^n \quad (19)$$

Donde: a y n son parámetros experimentales. Vale la pena considerar que las tasas de corte para flujos de sedimentos hiperconcentrados, en el campo, varían en el rango 5 a 50 s⁻¹.

Yano y Daido (1965) obtuvieron tasas de corte menores de 10 s-1 para flujos de lodos en canales, con concentraciones hasta del 35 %. Las tasas de corte en exceso de 50 s-1 no son comunes en flujos de lodos en canales abiertos. O'Brien y Julien (1988) indicaron que la viscosidad y el esfuerzo de cedencia se incrementan exponencialmente con la concentración volumétrica de sedimentos, según la relación:

$$\mu = \alpha_1 \exp(\beta_1 C_V) \quad (20)$$

$$\tau_y = \alpha_2 \exp(\beta_2 C_V) \quad (21)$$

donde los coeficientes empíricos α_1 , β_1 , α_2 y β_2 se obtienen por análisis de regresión para cada caso. O'Brien y Julien (1988) señalan que cuanto menor sea el contenido de arcilla en una mezcla de lodo, menor es el esfuerzo de cedencia de la mezcla, aunque esta tendencia no se nota claramente cuando se observa que el esfuerzo de cedencia y la viscosidad se incrementan en tres órdenes de magnitud cuando la concentración volumétrica crece de 0,10 a 0,46. Apuntan que el efecto de agregar partículas de arena a suspensiones de arcilla bentonítica o a matrices de barro es despreciable siempre que la arena permanezca en concentraciones volumétricas menores que el 20 %. Sin embargo, la viscosidad de la mezcla se incrementa rápidamente para concentraciones de arena superiores al 20 % (Aguirre-Pe et.al., 2005).

La ecuación (14) puede ser re-escrita integrando los esfuerzos de corte con respecto a la profundidad, obteniendo pendientes adimensionales:

$$S_f = S_y + S_v + S_{td} \quad (22)$$

Donde S_f es la pendiente de fricción total, S_y en la pendiente de cedencia, S_v la pendiente viscosa y S_{td} la pendiente turbulenta-dispersiva. En término finales, la Ec. (13) queda expresado de la siguiente manera (O'Brien 1988):

$$S_{fx} = \frac{\tau_y}{\gamma_m h} + \frac{K\mu u}{8\gamma_m h^2} + \frac{n_{td}^2 u^2}{h^{4/3}} \quad (23a)$$

$$S_{fy} = \frac{\tau_y}{\gamma_m h} + \frac{K\mu v}{8\gamma_m h^2} + \frac{n_{td}^2 v^2}{h^{4/3}} \quad (23b)$$

Donde: μ es la viscosidad dinámica y τ_y es el esfuerzo de cedencia expresado por las ecuaciones (20) y (21) respectivamente, K es el parámetro de resistencia para flujo laminar (varía de 100 para superficies lisas a un valor de 2 285, para quebradas con escasa vegetación), h es el tirante, u es a velocidad en la dirección X y v es la velocidad en la dirección y. De forma similar:

$$n_{td} = n_t b \exp(m C_v) \quad (24)$$

Donde b (0,0538) y m (6,0896) son coeficientes experimentales, C_v (volumen de sedimentos entre volumen de sedimentos más agua) es la concentración volumétrica de sedimentos y n_t es el valor de rugosidad de Manning.

$$\gamma_m = \gamma + C_v(\gamma_s - \gamma) \quad (25)$$

Donde: γ es el peso específico del agua y γ_s es el peso específico del sedimento.

Por otro lado, Quisca (1995) dentro de su investigación doctoral sobre pruebas experimentales del proceso de desarrollo del flujo aplicado para agua y mezclas bifásicas de alta viscosidad, propone la siguiente ecuación para la resistencia al flujo hiperconcentrado. Considera una alta influencia de la resistencia por fricción al terreno y la viscosidad propia de la mezcla.

$$S_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{C_o^2 h^{1.33}} + \frac{3\alpha \mu u}{\gamma_m h^2} \quad (26a)$$

$$S_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{C_o^2 h^{1.33}} + \frac{3\alpha \mu v}{\gamma_m h^2} \quad (26b)$$

Donde: α corresponde a un valor que varía de 4 a 95. Para el caso de flujos de agua, α es igual a cero.

Las ecuaciones (26a) y (26b) serán empleadas dentro del modelamiento numérico y propuesta del programa MUDCP2D.

III. MATERIALES Y MÉTODOS

En el presente trabajo de tesis se ha definido un algoritmo computacional 2D que permita el modelamiento del flujo hiperconcentrado sobre un tramo de canal y un tramo de plataforma. El lenguaje de programación fue realizado en el entorno MATLAB (versión estudiantil), por su uso sencillo en las subrutinas y sus salidas gráficas sofisticadas.

La metodología de la investigación comprendió los siguientes aspectos:

- Revisión del modelo conceptual de aguas pocas profundas de Saint-Venant en su forma conservativa.
- Discusión de las ecuaciones gobernantes de los flujos hiperconcentrados.
- Revisión de la técnica de integración numérica para la resolución de las ecuaciones gobernantes. Aplicación de esquema de MacCormack y programación en entorno Matlab. Aquí se obtiene como resultado, el programa MUDCP2D.
- Planteamiento y definición del dominio computacional.
- Tratamiento de las condiciones de contorno iniciales y las condiciones de borde sobre el dominio computacional.
- Experimentación numérica con el modelo y su validación con la base de datos experimentales realizadas y reportadas por Quisca (1995).
- Discusión de las bondades y limitaciones del modelo. Evaluación de escenarios y caso y sensibilidad.
- Formulación de las conclusiones y recomendaciones.

Con fines de un mayor entendimiento del procedimiento de la investigación, programación y resultados, se muestra los siguientes diagramas de flujo (Figura 6 y 7).

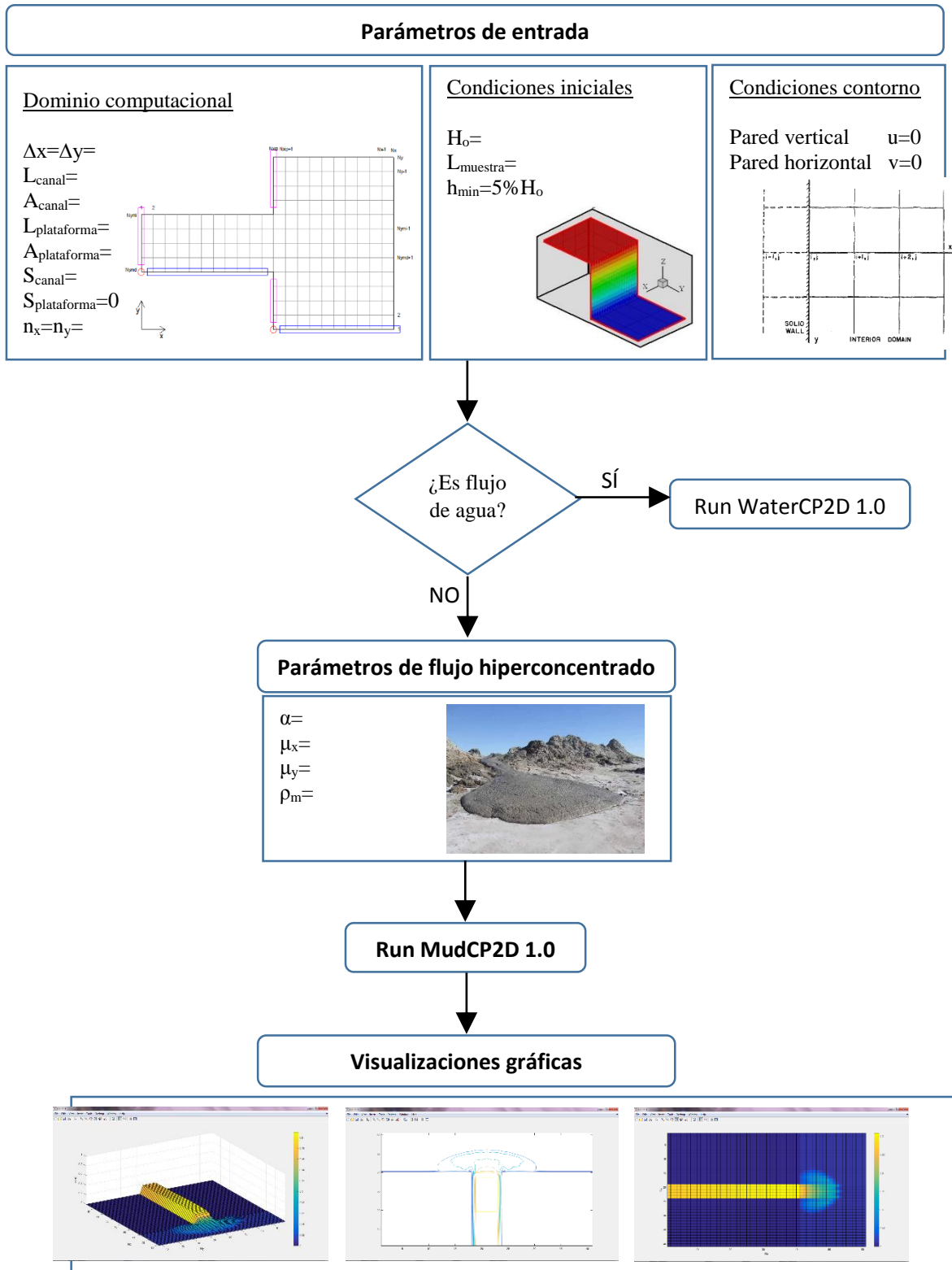


Figura 6. Diagrama de flujo de la metodología aplicada

Fuente: Elaboración propia

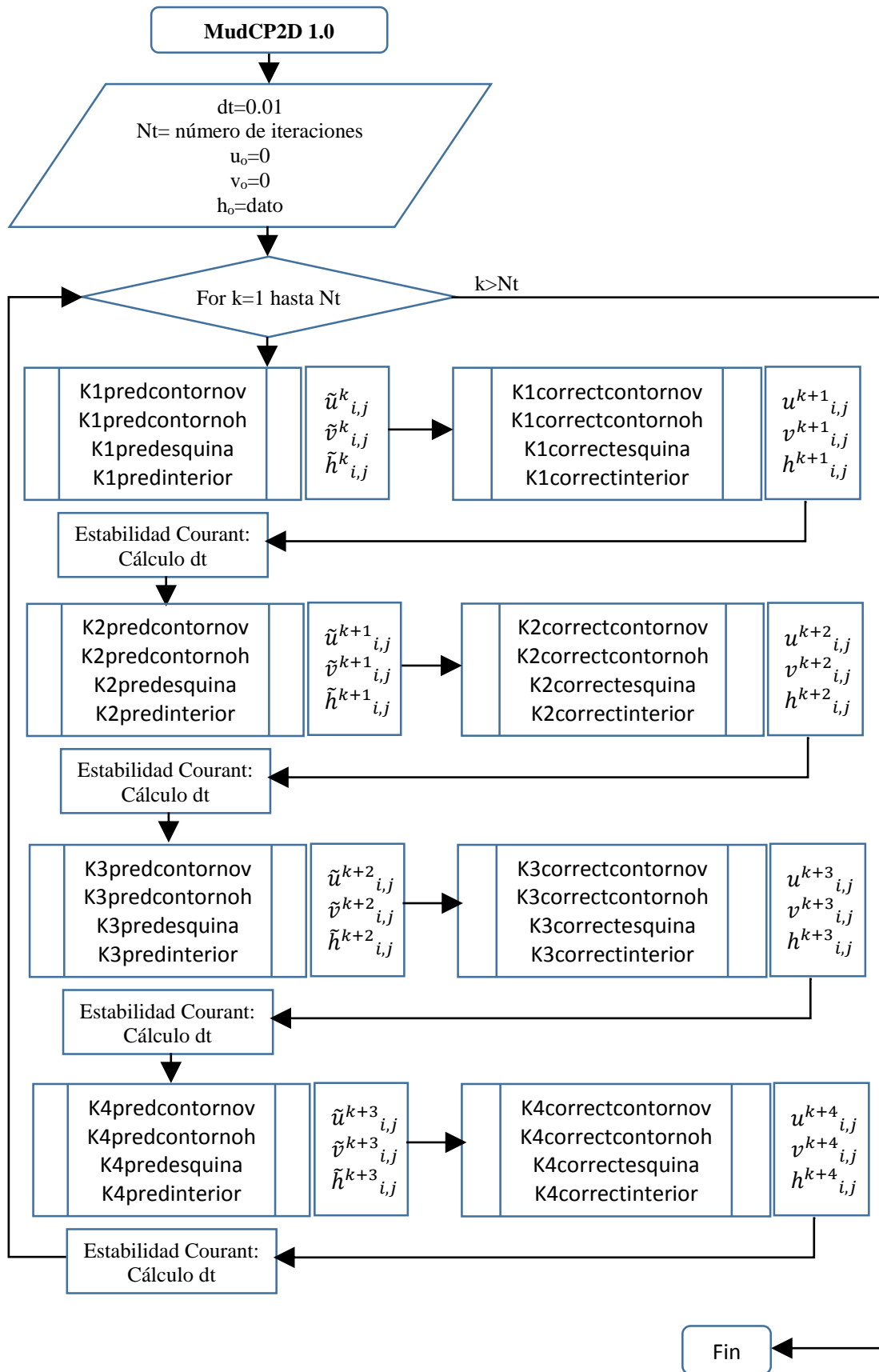


Figura 7. Diagrama de flujo del programa MUDCP2D 1.0

Fuente: Elaboración propia

El programa MUDCP2D elaborado en la presente tesis, contiene una serie de archivos *.m que se asocian para obtener los resultados correspondientes en el MATLAB. En el **Cuadro N° 1** se muestra el listado de archivos que conforman el programa MUDCP2D.

Cuadro N° 1. Listado de archivos *.m con código MATLAB

Archivo *.m	Descripción
Contornovel.m	Control de velocidades en las paredes vertical, horizontal y esquina.
Contornovelw.m	Control de velocidades para el paso predictor (P) en las paredes vertical, horizontal y esquina.
Controlhmin.m	Control de tirante del flujo mínimo (lecho no seco)
Controlhw.m	Control de tirante del flujo mínimo para el predictor (P) (lecho no seco)
Disipadorhk1.m	Disipador para tirantes en el paso de tiempo K+1
Disipadorhk2.m	Disipador para tirantes en el paso de tiempo K+2
Disipadorhk3.m	Disipador para tirantes en el paso de tiempo K+3
Disipadorhk4.m	Disipador para tirantes en el paso de tiempo K+4
MUDCP2D.m	Programa fuente principal.
K1correctcontornoh.m	Corrector para el contorno horizontal en paso de tiempo K+1
K1correctcontornov.m	Corrector para el contorno vertical en paso de tiempo K
K1correctesquina.m	Corrector para la esquina en paso de tiempo K
K1correctinterior.m	Corrector para los puntos interiores en paso de tiempo K
K1predcontornoh.m	Predictor para el contorno horizontal en paso de tiempo K
K1predcontornov.m	Predictor para el contorno vertical en paso de tiempo K
K1predesquina.m	Predictor para la esquina en paso de tiempo K
K1predinterior.m	Predictor para los puntos interiores en paso de tiempo K
K2correctcontornoh.m	Corrector para el contorno horizontal en paso de tiempo K+1
K2correctcontornov.m	Corrector para el contorno vertical en paso de tiempo K+1
K2correct-esquina.m	Corrector para la esquina en paso de tiempo K+1
K2correctinterior.m	Corrector para los puntos interiores en paso de tiempo K+1
K2predcontornoh.m	Predictor para el contorno horizontal en paso de tiempo K+1
K2predcontornov.m	Predictor para el contorno vertical en paso de tiempo K+1
K2predesquina.m	Predictor para la esquina en paso de tiempo K+1
K2predinterior.m	Predictor para los puntos interiores en paso de tiempo K+1
K3correctcontornoh.m	Corrector para el contorno horizontal en paso de tiempo K+2

« Continuación »

K3correctcontornov.m	Corrector para el contorno vertical en paso de tiempo K+2
K3correctesquina.m	Corrector para la esquina en paso de tiempo K+2
K3correctinterior.m	Corrector para los puntos interiores en paso de tiempo K+2
K3predcontornoh.m	Predictor para el contorno horizontal en paso de tiempo K+2
K3predcontornov.m	Predictor para el contorno vertical en paso de tiempo K+2
K3predesquina.m	Predictor para la esquina en paso de tiempo K+2
K3predinterior.m	Predictor para los puntos interiores en paso de tiempo K+2
K4correctcontornoh.m	Corrector para el contorno horizontal en paso de tiempo K+3
K4correctcontornov.m	Corrector para el contorno vertical en paso de tiempo K+3
K4correctesquina.m	Corrector para la esquina en paso de tiempo K+3
K4correctinterior.m	Corrector para los puntos interiores en paso de tiempo K+3
K4predcontornoh.m	Predictor para el contorno horizontal en paso de tiempo K+3
K4predcontornov.m	Predictor para el contorno vertical en paso de tiempo K+3
K4predesquina.m	Predictor para la esquina en paso de tiempo K+3
K4predinterior.m	Predictor para los puntos interiores en paso de tiempo K+3

Fuente: Elaboración propia

El programa MUDCP2D elaborado en la presente tesis, contiene 41 archivos *.m en entorno MATLAB.

En el **ANEXO 3** se muestran los archivos con su correspondiente código en MATLAB para el programa MUDCP2D.

IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El presente capítulo tiene por objetivo definir las condiciones de la simulación, así como el dominio computacional del caso en particular. Todas las pruebas y simulaciones se basan en un esquema de canal-plataforma que tiene similitud a un caso real de cauce de quebrada con zona de desembocadura o explayamiento. También, se muestran los distintos escenarios de flujo de agua e hiperconcentrado para su posterior interpretación.

Serán analizados los resultados en variación de tirantes, velocidad y pasos de tiempo a lo largo del perfil longitudinal acompañados de sus respectivas gráficas.

4.1 DOMINIO COMPUTACIONAL

El dominio computacional representa la estructura de la superficie donde se simulará el tránsito del flujo hiperconcentrado. El esquema de diferencias finitas aplicado en la resolución de las ecuaciones de aguas poca profundas hace que se discretice el terreno sobre un grillado de dimensiones cuadradas. En la **Figura 8** se observa el esquema de canal y plataforma con su respectiva malla cuadriculada y borde externo. Cada intersección entre líneas del grillado representa la ubicación de un punto (i,j) .

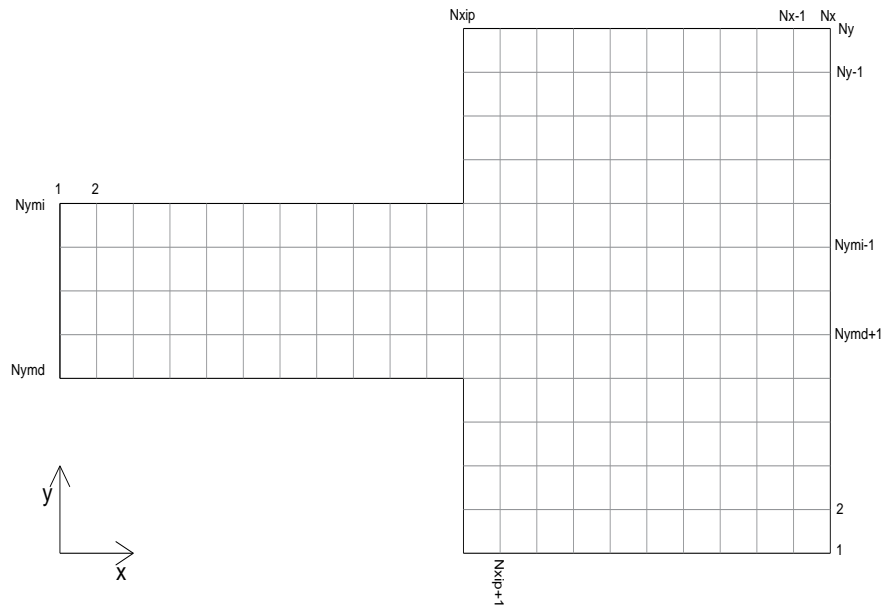


Figura 8. Esquema del dominio computacional

Fuente: Elaboración propia

En el **Cuadro N°2** se muestra los principales parámetros geométricos del dominio computacional.

Cuadro N° 2. Principales parámetros y nomenclatura para el dominio computacional

Nomenclatura	Descripción
$\Delta x, \Delta y$	Dimensión de la grilla
i	Ubicación del nodo en la dirección X ($i=1, 2, \dots, N_x$)
j	Ubicación del nodo en la dirección Y ($j=1, 2, \dots, N_y$)
$N_{x_{fm}}$	Fin de muestra almacenada (mezcla agua con sedimento)
$N_{x_{ip}}$	Inicio de la plataforma
$N_{x_{ip}-1}$	Fin de canal
N_x	Fin del nodo en la dirección X
N_{ymd}	Nodo de la margen derecha del canal
N_{ymi}	Nodo de la margen izquierda del canal
N_y	Fin del nodo en la dirección Y

Fuente: Elaboración propia

La condición aguas arriba del dominio computacional corresponde al volumen de la mezcla agua con sedimento almacenado en una longitud L_m y altura H_m . En nuestro caso, la longitud de la muestra L_m es igual a $\Delta x^*(N_{xfm}-I)$. Aguas abajo, se desarrolla la longitud del canal L_{ch} igual a $\Delta x^*(N_{xip}-N_{xfm})$. Además, la longitud de la plataforma horizontal L_{pl} es igual a $\Delta x^*(N_x-N_{xip})$. Respecto al ancho del canal A_{ch} es igual a $\Delta y^*(N_{ymi}-N_{ymd})$ y finalmente el ancho de plataforma A_{pl} es $\Delta y^*(N_y-I)$.

Dicho esquema de dominio computacional de canal con plataforma se empleará para el proceso de validación y análisis de escenarios.

En el **ANEXO 4** se muestra el dominio y esquema de contornos para la **Figura 8** de canal-plataforma.

4.2 VALIDACIÓN DEL MODELO

Una vez constituido las ecuaciones numéricas y procesadas en un lenguaje de programación, debemos contrastar los resultados con datos experimentales. En nuestro caso, emplearemos los resultados de la tesis doctoral del Dr. Quisca (1995) para dos tipos de flujo: agua y viscoso (mezcla bifásica).

La validación consiste en el ajuste de parámetros computacionales, tal como el coeficiente de rugosidad en las direcciones X e Y para lograr una similitud en los resultados de deposición en la zona de plataforma. En la **Figura 9** se muestran los resultados de las líneas de flujo (frente de onda) para agua y muestra bifásica (viscoso) del Dr. Quisca (1995).

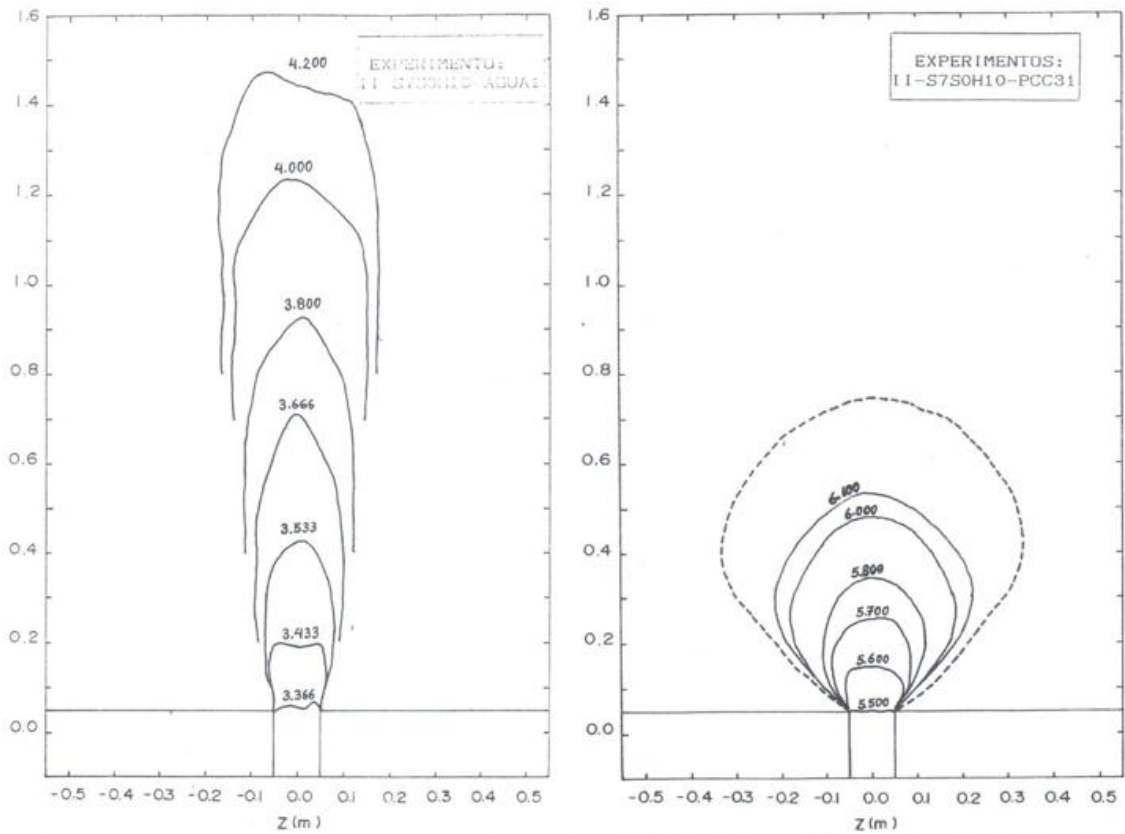


Figura 9. Figura izquierda a) Evolución temporal de la posición del frente de la onda bidimensional de agua sobre la plataforma de deposición. Figura derecha b) Evolución temporal de la posición del frente de la onda bidimensional de la mezcla bifásica sobre la plataforma de deposición.

Fuente: Quisca (1995)

Como datos de entrada para el modelo, se emplea las dimensiones del canal experimental y la pendiente del canal propuesto por Quisca (1995). De forma adicional, una variable que representa la resistencia al flujo sobre una superficie es el parámetro adimensional de la rugosidad “n” de Manning. Para nuestro caso, el valor de “n” se aproxima a 0,03.

En el **Cuadro N°3** se muestra todos los parámetros empleados del canal experimental con sus respectivos valores numéricos.

Cuadro N° 3. Dimensiones del canal y especificaciones de control para validación

Variable	Valor numérico	Descripción
$\Delta x, \Delta y$	0.025 m	Tamaño de la celda
Lm	0.80 m	Longitud de la muestra
Hm	0.10 m	Altura de la muestra
Lch	7.20 m	Longitud del canal
Ach	0.10 m	Ancho del canal
Lpl	1.80 m	Longitud de la plataforma
Apl	1.60 m	Ancho de la plataforma
Sch	0.1475 m/m	Pendiente del canal
Spl	0	Pendiente de la plataforma
Nx	393	Número de nodos en la dirección X
Ny	65	Número de nodos en la dirección Y
nx	0.030	Rugosidad de Manning en X
ny	0.095	Rugosidad de Manning en Y
dt	0.001	Paso de tiempo
Nco	0.80	Coficiente de Courant

Fuente: Elaboración propia

La **Figura 9a** muestra la evolución del frente de onda para un flujo de agua en distintos pasos de tiempo. La forma resultante del tránsito del agua es alargada alcanzando una distancia 1,45 m en la plataforma. El ancho del frente de onda varía de 0,1 a 0,4 m.

La **Figura 9b** muestra la evolución del frente de onda para el flujo bifásico. Las características de la muestra viscosa corresponde a un flujo de alta viscosidad de 1 210 centipoises a 20 °C o su equivalente a 1,21 Pa.s. Además, el valor promedio de peso específico de la mezcla simulado es de orden de 17 094 N/m³ para una concentración volumétrica de sedimentos de 45 %. La forma resultante del tránsito de flujo es achatada (semicircular) alcanzando una distancia 0,5 m en la plataforma. El ancho del frente de onda varía de 0,1 a 0,5 m.

A continuación, se procede a correr el modelo numérico MUDCD2D bajo las mismas características experimentales. Los resultados se comparan a modo de gráficos con la finalidad de mantener una similitud y dar por validado el modelo en base al ajuste del parámetro de rugosidad de manning.

4.2.1 Resultados para el flujo de agua

Las salidas gráficas corresponden a un número total de pasos de tiempo de 677. En la **Figura 10**, se observa el frente de onda para el agua en la zona de plataforma, donde alcanza un tirante de 0,02 m a una velocidad de 0,9 m/s. Por otro lado, para el tramo de canal, el tirante máximo es de 0,06 m con una velocidad de 1,7 m/s.

En la **Figura 11** se observa la vista 3D en el tramo final del canal y la plataforma para el paso de tiempo $K=677$. En dicha figura, se muestra la interacción y deposición para el frente de onda en un análisis de canal con pendiente de 0,1475 m/m y plataforma horizontal.

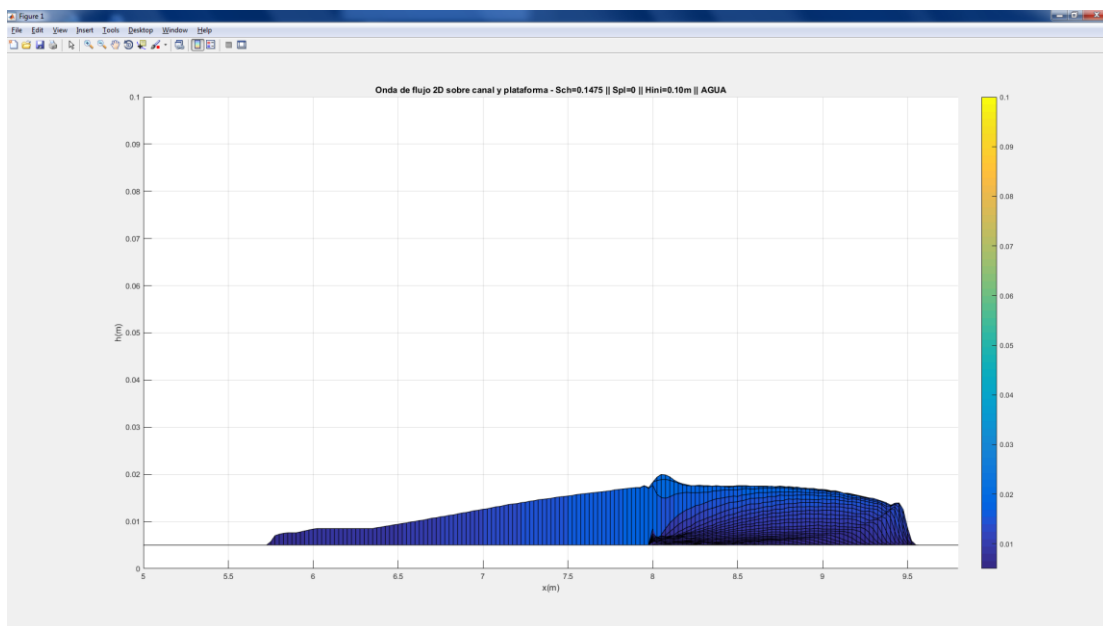


Figura 10. Perfil del frente de onda de agua para el paso de tiempo $K=677$

En la **Figura 12** se observa el flujo de agua en la plataforma (zona de deposición) para distintos pasos de tiempo (516, 535, 565, 605, 630 y 660). La onda es alargada, tal cual se muestra en los resultados experimentales de Quisca (1995). La longitud recorrida del flujo alcanza una distancia 1,40 m en la plataforma y el ancho del frente de onda varía de 0,2 a 0,6 m.

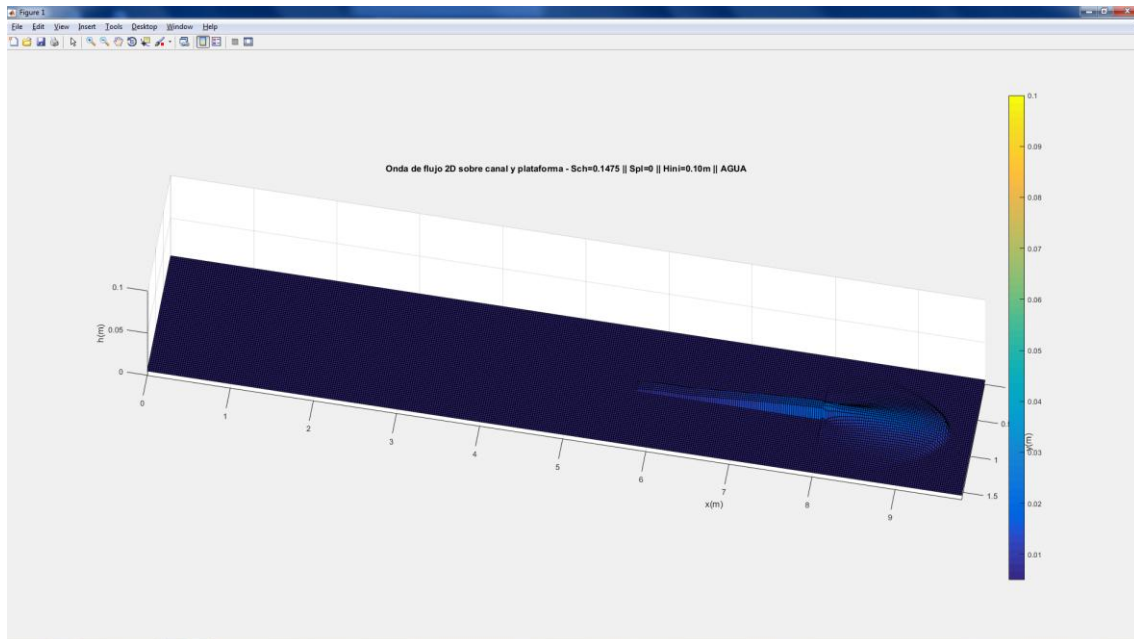


Figura 11. Vista 3D del frente de onda de agua para el paso de tiempo $K=677$

4.2.2 Resultados para el flujo bifásico.

Las salidas gráficas corresponden a un número total de pasos de tiempo de 797. En la **Figura 13**, se observa el frente de onda bifásica en la zona de plataforma, donde alcanza un tirante de 0,025 m a una velocidad de 0,85 m/s. Adicionalmente, el perfil presenta una mayor longitud de recorrido y una acumulación de tirantes concentrados en el frente a comparación del perfil del flujo de agua. Por otro lado, para el tramo de canal, el tirante máximo es de 0,055 m con una velocidad de 1,4 m/s.

En la **Figura 14** se observa la vista 3D en el tramo final del canal y la plataforma para el paso de tiempo $K=797$. En dicha figura se muestra la interacción y deposición de la muestra viscosa para pendiente de canal de 0,1475 m/m y plataforma horizontal.

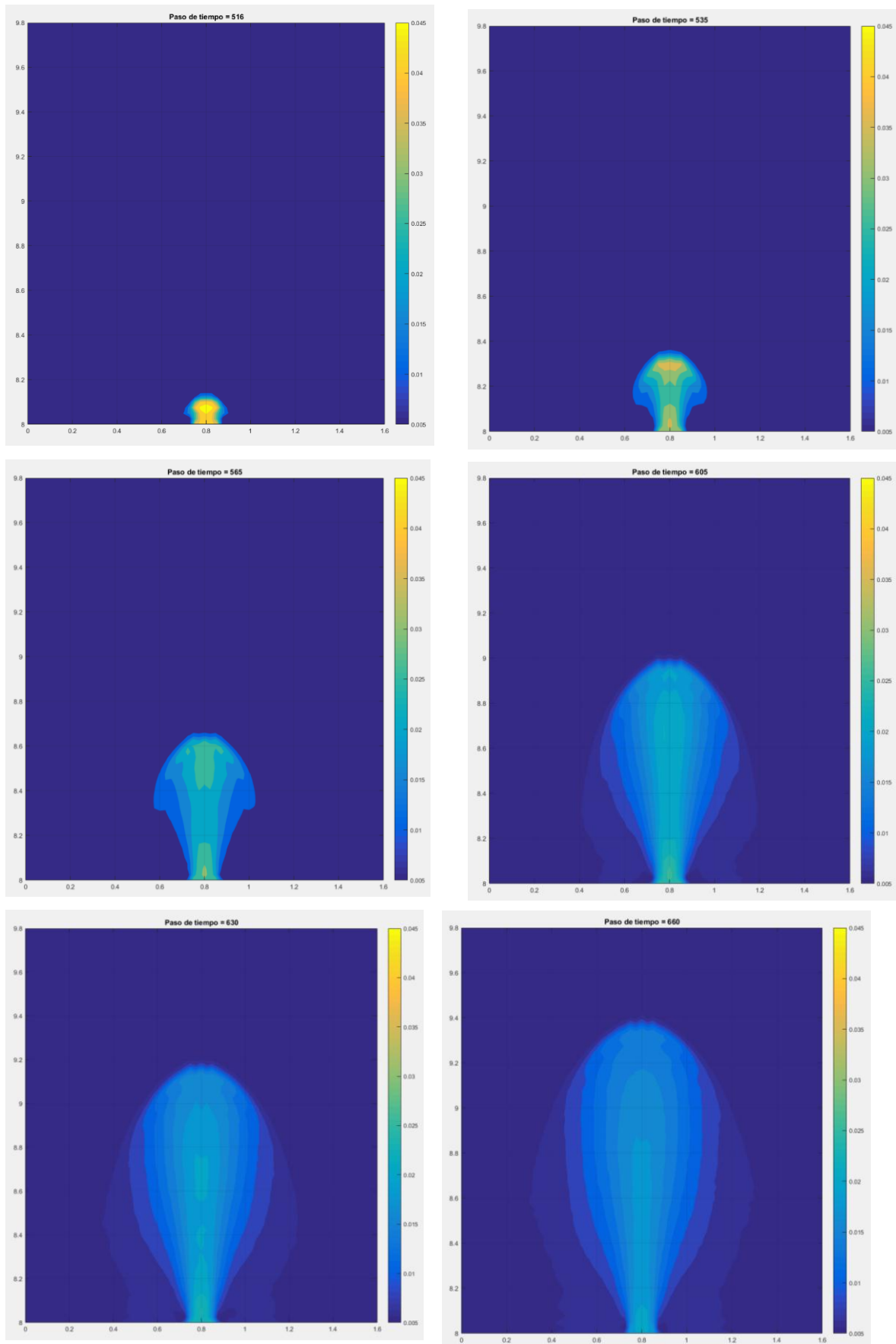


Figura 12. Evolución temporal de la posición del frente de la onda bidimensional de agua sobre la plataforma de deposición para distintos pasos de tiempo

En la **Figura 15** se observa el flujo bifásico en la plataforma (zona de deposición) para distintos pasos de tiempo (637, 660, 695 y 750). La onda es simétrica casi semicircular, tal cual se muestra en los resultados experimentales de Quisca (1995). La longitud recorrida del flujo alcanza una distancia 0,40 m en la plataforma y el ancho del frente de onda varía de 0,2 a 0,8 m. Los resultados aplicando la ecuación para el flujo viscoso de Quisca (1995) se aproxima mejor a las gráficas del modelo numérico MUDCP2D.

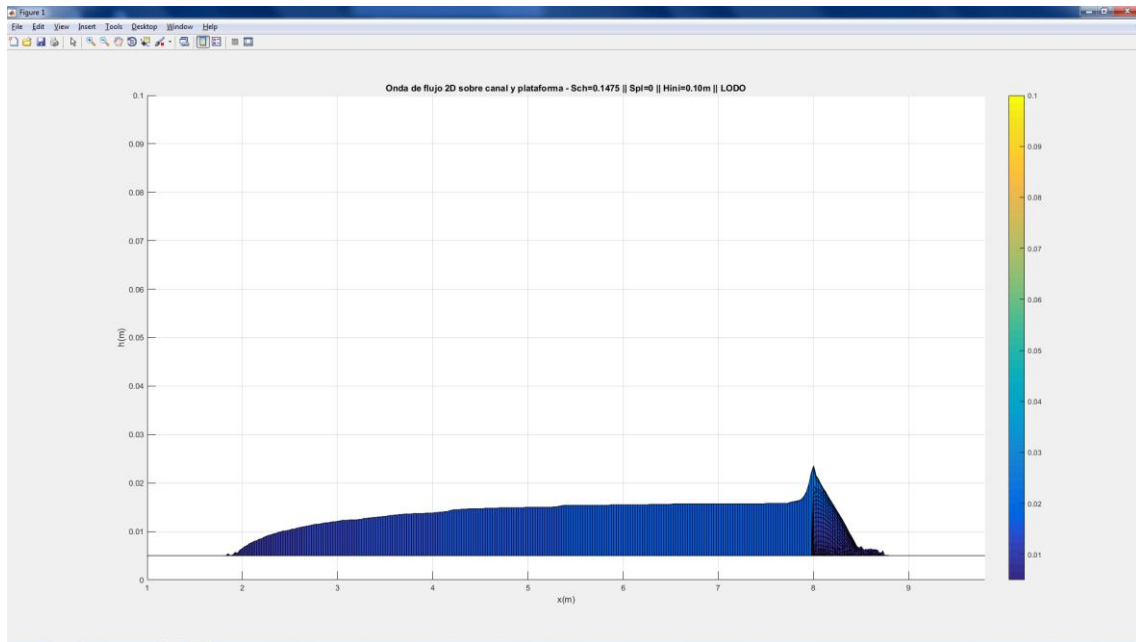


Figura 13. Perfil del frente de la onda bifásica para el paso de tiempo $K=797$

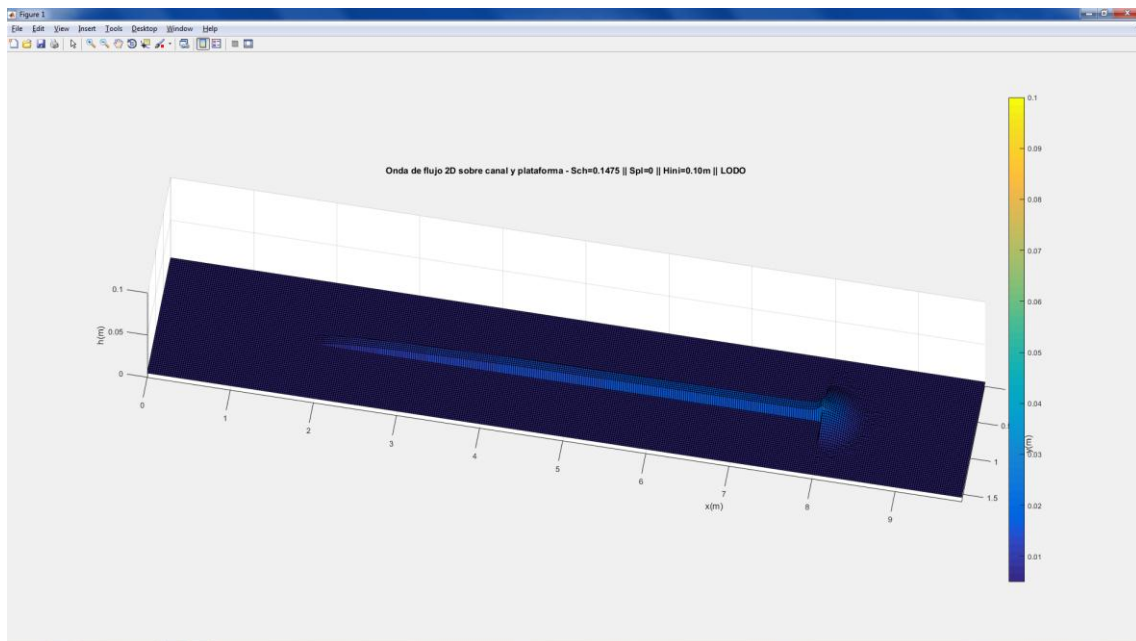


Figura 14. Vista 3D del frente de onda bifásica para el paso de tiempo $K=797$

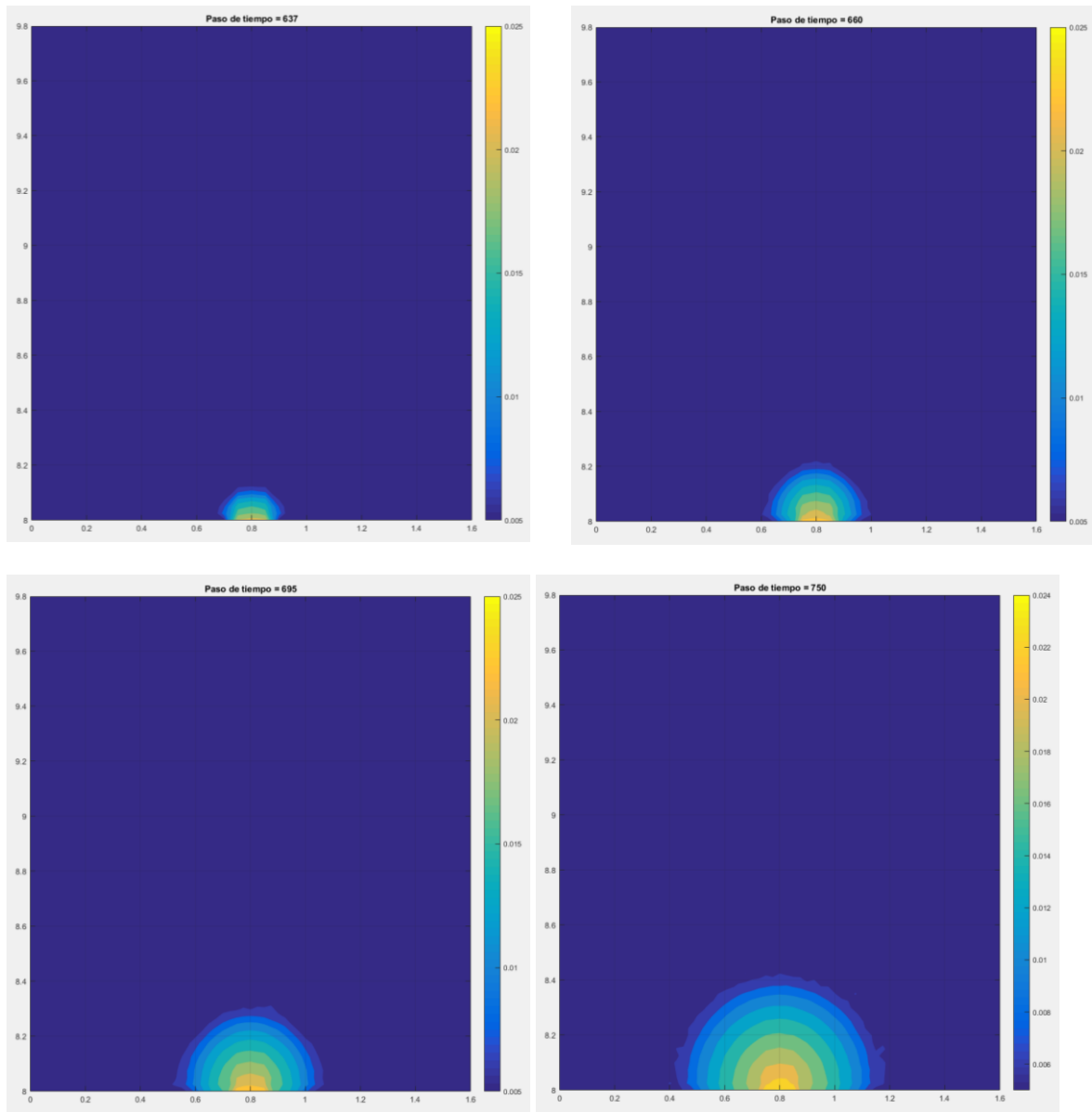


Figura 15. Evolución temporal de la posición del frente de la onda bifásica sobre la plataforma de deposición para distintos pasos de tiempo

4.3 PLANTEAMIENTO DE ESCENARIOS

Una vez obtenido el algoritmo computacional con su respectiva validación con datos experimentales, se procede a analizar distintos escenarios para diferentes pendientes y viscosidades del flujo hiperconcentrado con la finalidad de evaluar la sensibilidad y poder concluir en las ventajas y desventajas del programa MUDCP2D propuesto.

En el **Cuadro N°4** se muestra todos los parámetros empleados para un caso real (no de laboratorio) con sus respectivos valores numéricos.

Cuadro N° 4. Dimensiones del canal y especificaciones de control para escenarios

Variable	Valor numérico	Descripción
$\Delta x, \Delta y$	1 m	Tamaño de la celda
Lm	50 m	Longitud de la muestra
Hm	4 m	Altura de la muestra
Lch	200 m	Longitud del canal
Ach	4 m	Ancho del canal
Lpl	30 m	Longitud de la plataforma
Apl	30 m	Ancho de la plataforma
Sch	Variable	Pendiente del canal
Spl	0	Pendiente de la plataforma
Nx	161	Número de nodos en la dirección X
Ny	31	Número de nodos en la dirección Y
nx	0,030	Rugosidad de Manning en X
ny	0,095	Rugosidad de Manning en Y
dt	0,001	Paso de tiempo
Nco	0,80	Coficiente de Courant

Fuente: Elaboración propia

En total se simularán 13 escenarios, de los cuales 4 corresponden a flujo de agua y 9 a flujo hiperconcentrado.

La altura inicial del flujo para todos los escenarios propuestos es de 4 m en una longitud de muestra de 50 m y longitud de tránsito de canal de 200 m.

En el **Cuadro N°5** se muestran los distintos escenarios con pendientes para el flujo de agua con concentraciones volumétricas en volumen menor al 20 % (considerado en la referencia de O'Brien y Julien-1985 para flujos de agua).

En el **Cuadro N°6** se muestran las distintas pendientes y variaciones de viscosidad dinámica. De igual forma, el valor promedio de peso específico de la mezcla simulado es de orden de 17 094 N/m³ para una concentración volumétrica de sedimentos de 45 %.

Cuadro N° 5. Escenarios para flujo de agua ($C_v < 20 \%$)

Altura inicial (m) Ho	Pendiente del canal (m/m) Sch	Pendiente de plataforma (m/m) Spl
4.0	S1=0,010 S2=0,050 S3=0,100 S4=0,200	Spl=0

Fuente: Elaboración propia

Cuadro N° 6. Escenarios para flujo hiperconcentrado ($C_v = 45 \%$)

Altura inicial (m) Ho	Pendiente del canal (m/m) Sch	Pendiente de plataforma (m/m) Spl	Viscosidad (Pa.s) μ
4.0	S2=0,050	Spl=0	$\mu_1=50$ $\mu_2=100$ $\mu_3=150$
4.0	S3=0,100	Spl=0	$\mu_1=50$ $\mu_2=100$ $\mu_3=150$
4.0	S4=0,200	Spl=0	$\mu_1=50$ $\mu_2=100$ $\mu_3=150$

Fuente: Elaboración propia

4.4 RESULTADOS

El listado de los resultados comprende generar las siguientes salidas del programa computacional:

- Tiempo computacional de la corrida
- Vista 3D de la onda de flujo
- Vista en planta de los tirantes finales (contorno)
- Gráfico de tirantes máximos vs. Paso de tiempo
- Gráfico de velocidades máximas en X vs. Paso de tiempo
- Gráfico de velocidad máximas en Y vs. Paso de tiempo
- Gráfico del Δt verificado por Courant vs. Paso de tiempo

Para el caso de flujo de agua, se ha considerado un total de número de pasos de tiempo de 397. El volumen de agua inicial transitado corresponde a 800 m^3 (sección de flujo de 4×4 m y longitud de 50 m).

En la **Figura 16** se muestra la vista 3D, en la **Figura 17** las variaciones de las variables hidráulicas para cada paso de tiempo y en la **Figura 18** los contornos de tirante en planta para el escenario de pendiente de 0,010 m/m. El tiempo computacional de la corrida es de 317 segundos.

En la **Figura 19** se muestra la vista 3D, en la **Figura 20** las variaciones de las variables hidráulicas para cada paso de tiempo y en la **Figura 21** los contornos de tirante en planta para el escenario de pendiente de 0,050 m/m. El tiempo computacional de la corrida es de 320 segundos.

En la **Figura 22** se muestra la vista 3D, en la **Figura 23** las variaciones de las variables hidráulicas para cada paso de tiempo y en la **Figura 24** los contornos de tirante en planta para el escenario de pendiente de 0,100 m/m. El tiempo computacional de la corrida es de 320 segundos.

En la **Figura 25** se muestra la vista 3D, en la **Figura 26** las variaciones de las variables hidráulicas para cada paso de tiempo y en la **Figura 27** los contornos de tirante en planta para el escenario de pendiente de 0,200 m/m. El tiempo computacional de la corrida es de 320 segundos.

En las distintas salidas gráficas se aprecia una fuerte influencia del parámetro de la pendiente del canal sobre el proceso de deposición. Se observa que existe un cambio de pendiente al llegar a la plataforma, a pendiente cero o plano horizontal. Las simulaciones a fuertes pendientes generan una mayor velocidad en el tramo de canal y un mayor frente de onda en la zona de deposición.

Otro dato importante que podemos extraer, es la relación entre el ancho de canal (4 m) y el ancho del cono de agua depositado (varía de 15 a 18 m).

Además, del alcance del flujo para un especificado paso de tiempo (varía de 12,5 a 20 m). A mayor pendiente, se tiene un mayor alcance del flujo a diferencia del aumento mínimo del ancho del cono con respecto aumento de la pendiente del canal.

Para todos los escenarios, la condición inicial obedece a la solución de Castro y Chanson, (2017), donde resulta una velocidad máxima de la iniciación del volumen de agua acumulado de 12,5 m/s.

En el **Cuadro N°7** se muestra un resumen de los resultados de la simulación para los distintos escenarios.

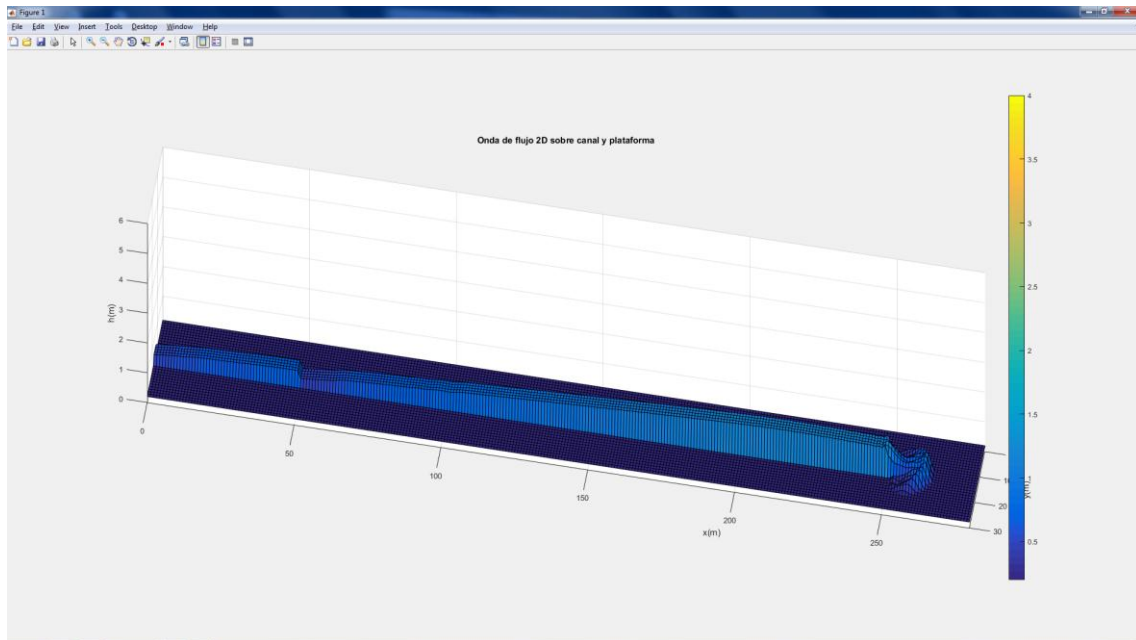


Figura 16. Vista 3D de la onda de flujo de agua ($Sch=0,010$)

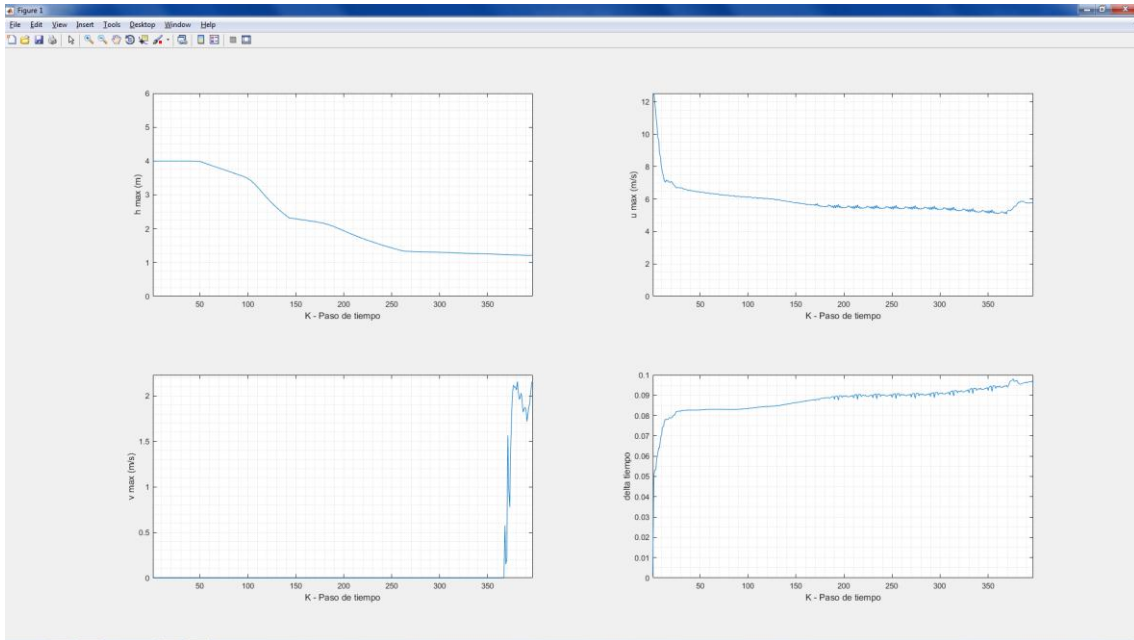


Figura 17. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($Sch=0,010$)

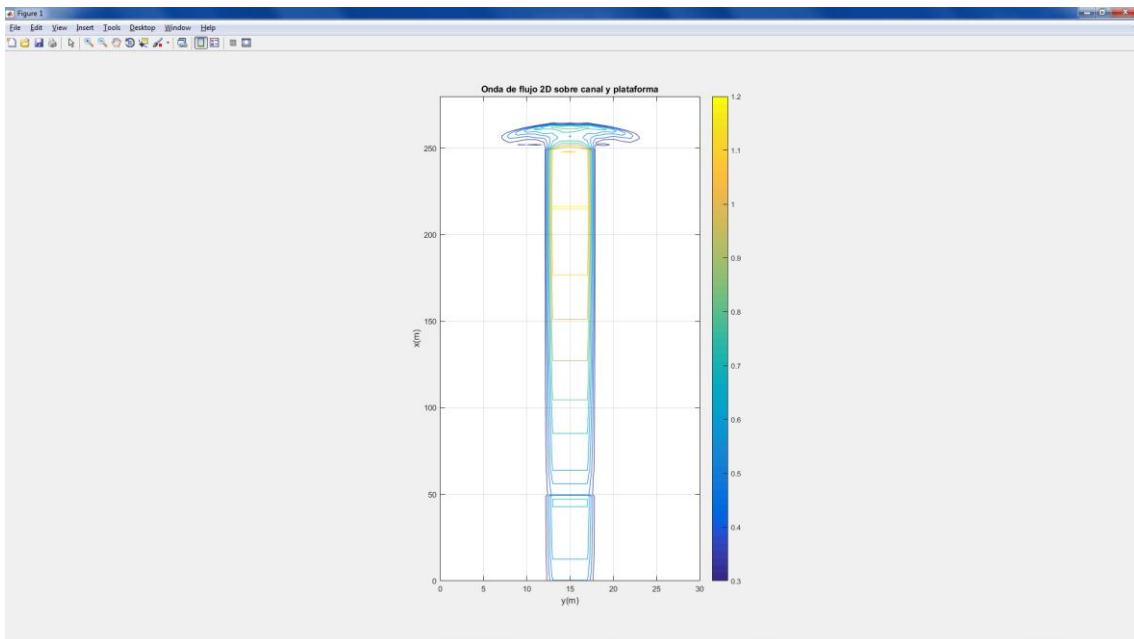


Figura 18. Vista en planta por contornos de los tirantes máximos ($Sch=0,010$)

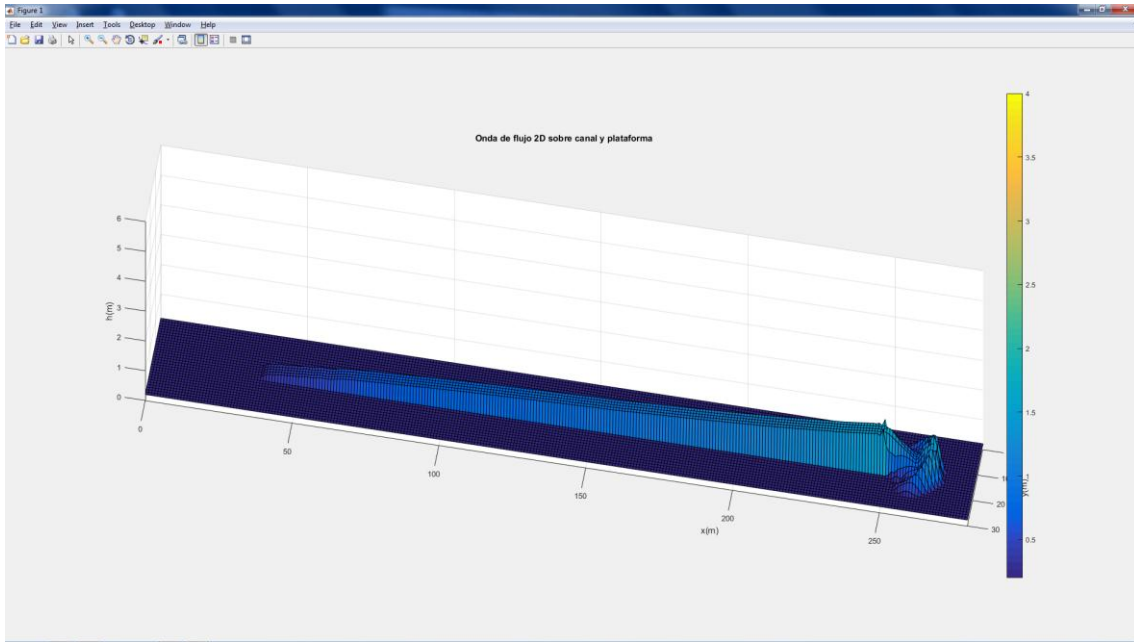


Figura 19. Vista 3D de la onda de flujo de agua ($Sch=0,050$)

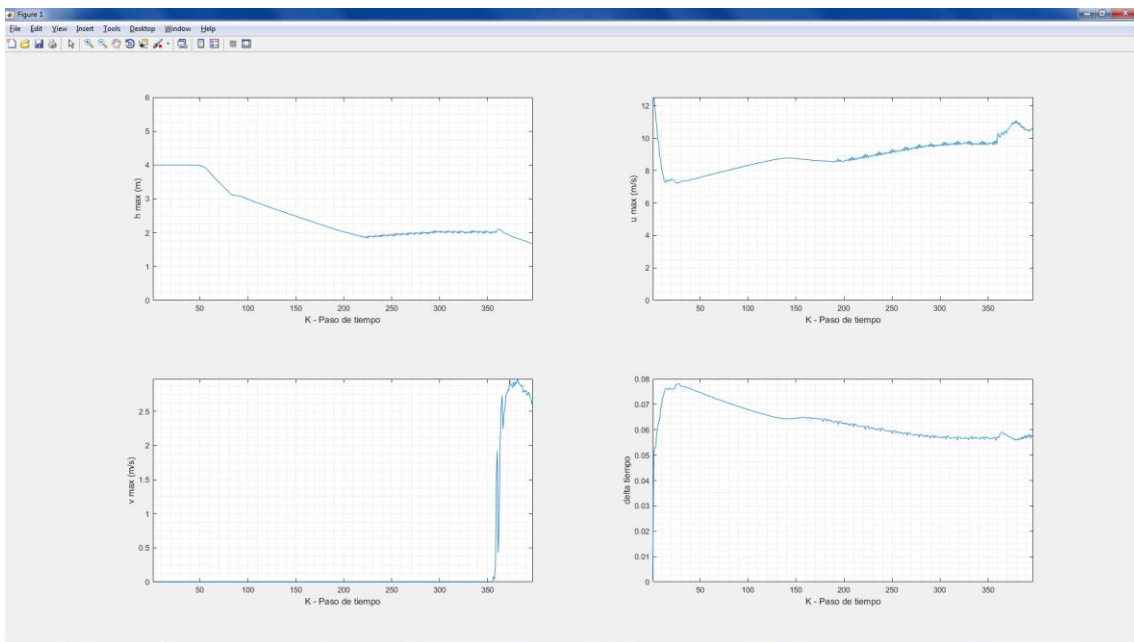


Figura 20. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($Sch=0,050$)

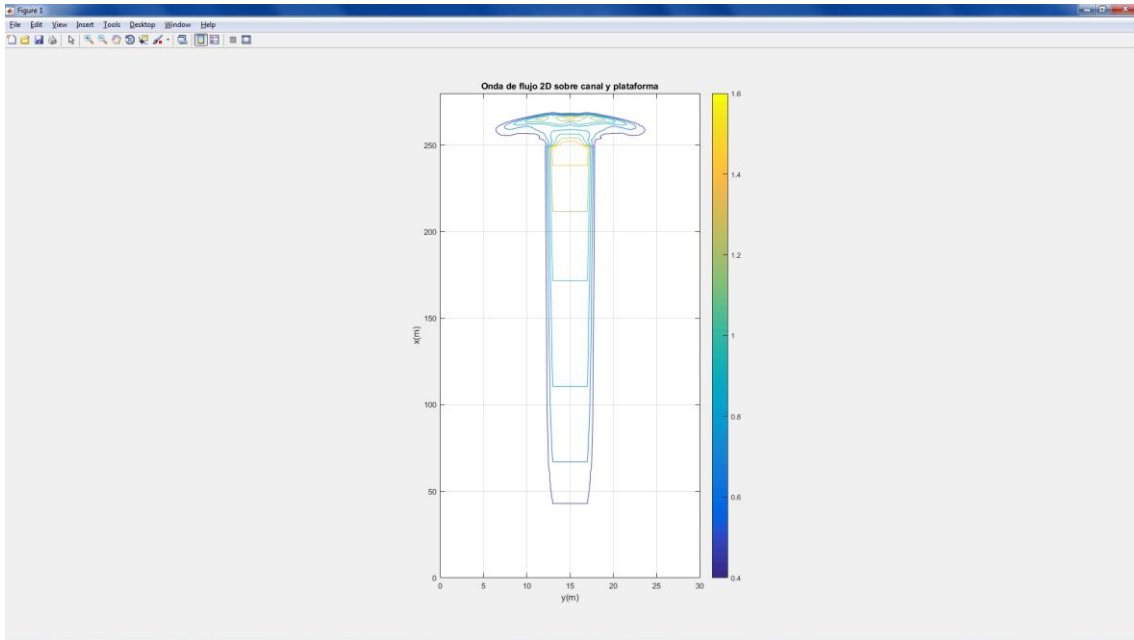


Figura 21. Vista en planta por contornos de los tirantes máximos ($Sch=0,050$)

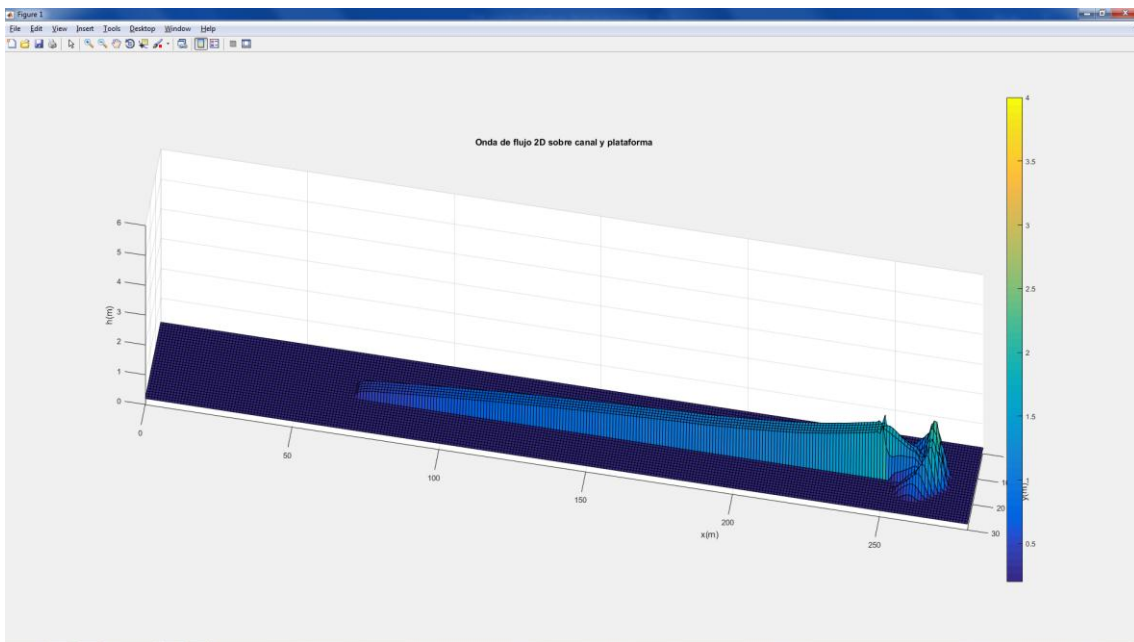


Figura 22. Vista 3D de la onda de flujo de agua ($Sch=0,100$)

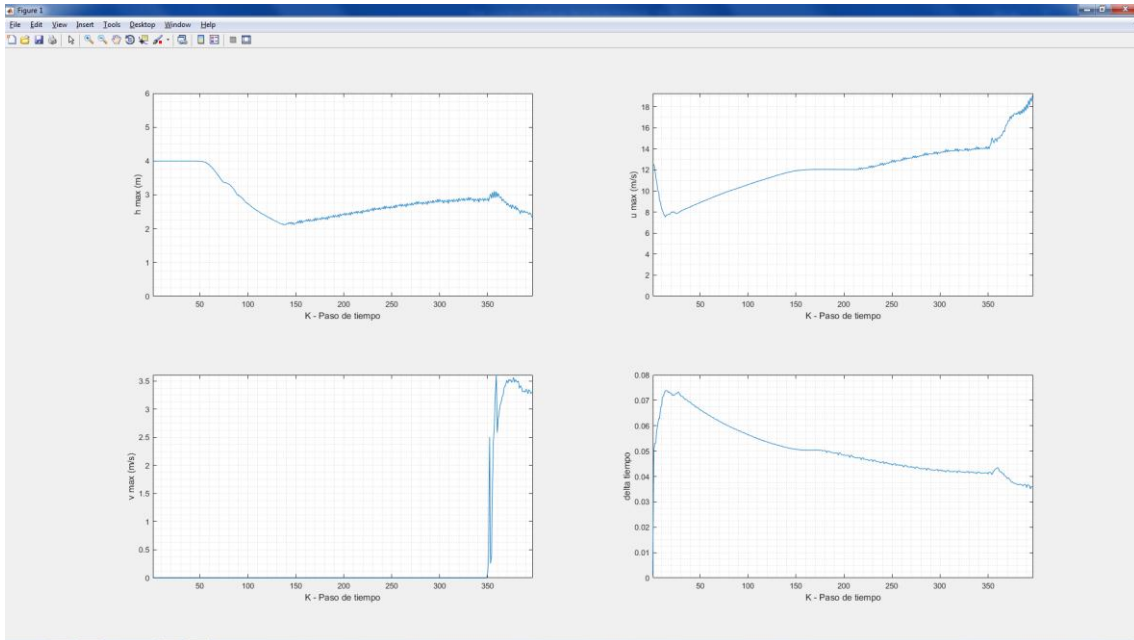


Figura 23. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo (Sch=0,100)

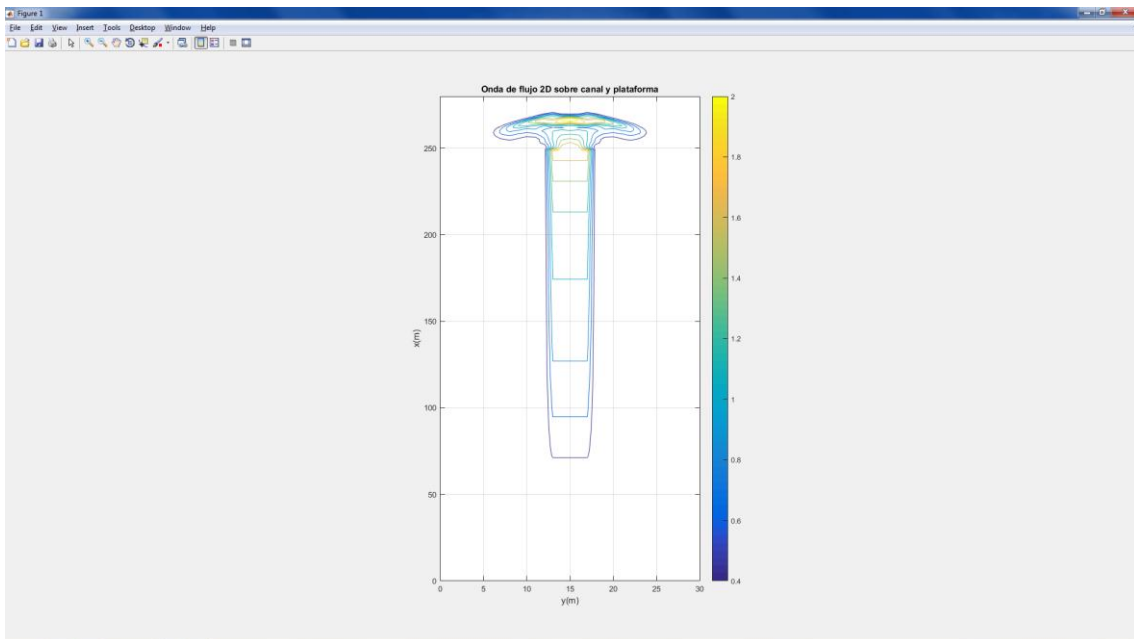


Figura 24. Vista en planta por contornos de los tirantes máximos (Sch=0,100)

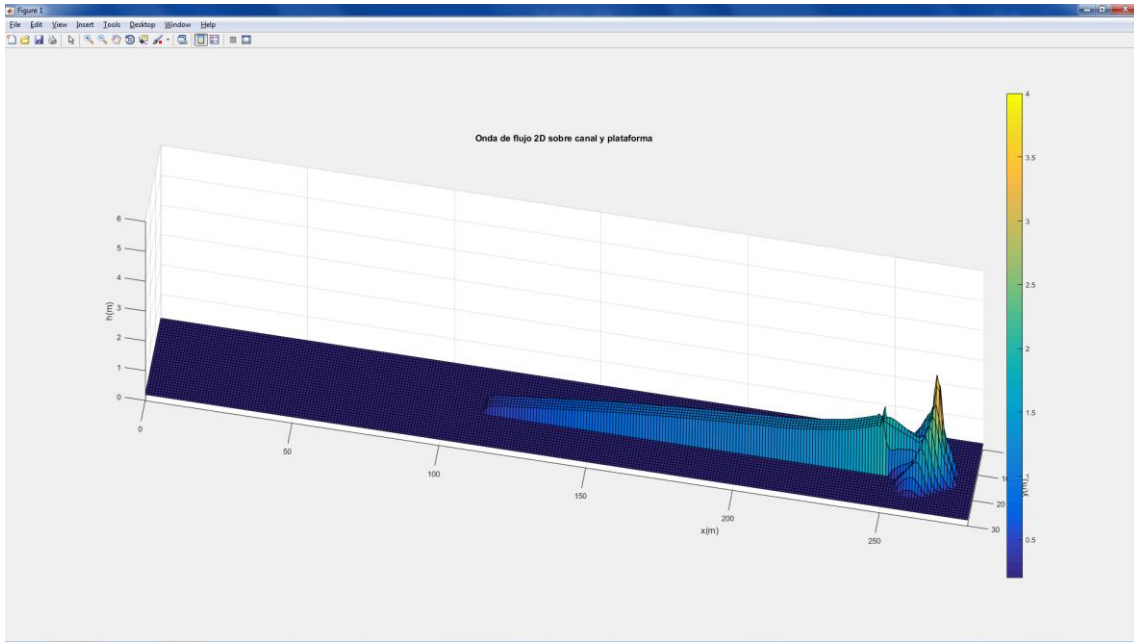


Figura 25. Vista 3D de la onda de flujo de agua ($Sch=0,200$)

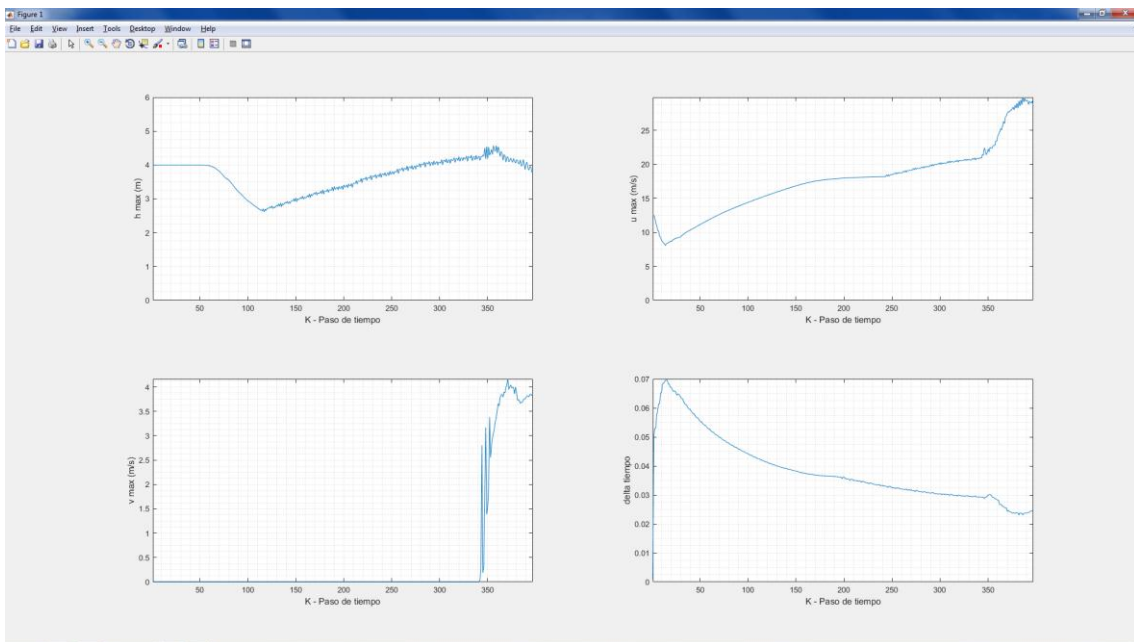


Figura 26. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($Sch=0,200$)

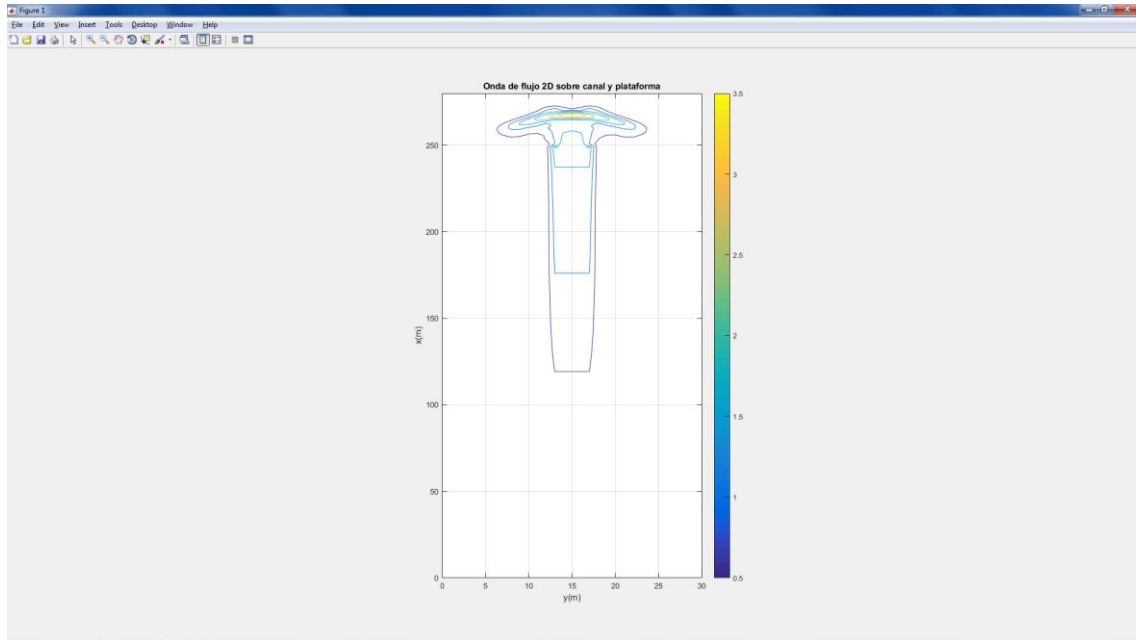


Figura 27. Vista en planta por contornos de los tirantes máximos ($Sch=0,200$)

Cuadro N° 7. Resultados del programa MUDCP2D para flujos de agua

Pendiente del canal (m/m) Sch	h max (m) Tramo medio del canal	u max (m/s) Tramo medio del canal	h max (m) Tramo final del canal	u max (m/s) Tramo final del canal	h max (m) Plataforma	u max (m/s) Plataforma	v max (m/s) Plataforma	% canal cubierto con flujo en longitud	Ancho del cono depositado (m)	Alcance del cono depositado (m)
S1=0,010	2,3	7,0	1,5	5,0	1,3	5,9	2,1	100	15	12,5
S2=0,050	1,8	7,3	2,0	9,5	1,7	11,0	3,0	80	16	15,0
S3=0,100	2,2	7,6	2,8	14,0	3,0	19,0	3,5	65	18	17,0
S4=0,200	2,7	8,0	4,3	21,0	4,2	29,0	4,0	40	18	20,0

Comentarios:

- En el tramo medio del canal se presenta una atenuación de la altura de flujo inicial ($H_0 = 4 \text{ m}$) en el orden de 45 % a 68 %.
- En el tramo medio del canal, las velocidades en la dirección X aumentan en función de la pendiente.
- Los tirantes de flujo al final del canal se aproximan a las alturas del flujo en la plataforma debido a la superficie horizontal.
- Las mayores velocidades se dan en la zona de la plataforma. A partir de la pendiente de canal de 0,05 se tiene un factor multiplicativo e 1,5 a 3,6 con respecto a las velocidades máximas en el tramo medio.
- Las velocidades en la dirección Y en la zona de la plataforma son menores respecto a las velocidades en la dirección X, se tiene un factor multiplicativo de 0,14 a 0,36.
- A partir de pendientes mayores a 20 %, el flujo llegar a transitar un 60 % de la longitud del canal.
- El ancho del cono depositado es 3,8 – 4,5 veces el ancho del canal.

Para el caso del flujo hiperconcentrado, se ha considerado un total de número de pasos de tiempo de 397. El volumen bifásico inicial almacenado corresponde a 800 m^3 (sección de flujo de $4 \times 4 \text{ m}$ y longitud de 50 m) con características predominante de la viscosidad.

Hacemos notar, que el rango de viscosidad asumida se encuentra dentro de la referencia de O'Brien y Julien (1988) para distintas muestras tipo y para una concentración volumétrica de sedimentos (C_v) de 45% .

En la **Figura 28** se muestra la vista 3D y en la **Figura 29** las variaciones de parámetros hidráulicos versus pasos de tiempo para el escenario de viscosidad de 50 Pa.s y pendiente de $0,050 \text{ m/m}$. El tiempo computacional de la corrida es de 320 segundos.

En la **Figura 30** se muestra la vista 3D y en la **Figura 31** las variaciones de parámetros hidráulicos versus pasos de tiempo para el escenario de viscosidad de 50 Pa.s y pendiente de $0,100 \text{ m/m}$.

En la **Figura 32** se muestra la vista 3D y en la **Figura 33** las variaciones de parámetros hidráulicos versus pasos de tiempo para el escenario de viscosidad de 50 Pa.s y pendiente de $0,200 \text{ m/m}$.

En la **Figura 34** se muestra la vista 3D y en la **Figura 35** las variaciones de parámetros hidráulicos versus pasos de tiempo para el escenario de viscosidad de 100 Pa.s y pendiente de $0,050 \text{ m/m}$.

En la **Figura 36** se muestra la vista 3D y en la **Figura 37** las variaciones de parámetros hidráulicos versus pasos de tiempo para el escenario de viscosidad de 100 Pa.s y pendiente de $0,100 \text{ m/m}$.

En la **Figura 38** se muestra la vista 3D y en la **Figura 39** las variaciones de parámetros hidráulicos versus pasos de tiempo para el escenario de viscosidad de 100 Pa.s y pendiente de $0,200 \text{ m/m}$.

En la **Figura 40** se muestra la vista 3D y en la **Figura 41** las variaciones de parámetros hidráulicos versus pasos de tiempo para el escenario de viscosidad de 150 Pa.s y pendiente de 0,050 m/m.

En la **Figura 42** se muestra la vista 3D y en la **Figura 43** las variaciones de parámetros hidráulicos versus pasos de tiempo para el escenario de viscosidad de 150 Pa.s y pendiente de 0,100 m/m.

En la **Figura 44** se muestra la vista 3D y en la **Figura 45** las variaciones de parámetros hidráulicos versus pasos de tiempo para el escenario de viscosidad de 150 Pa.s y pendiente de 0,200 m/m.

En las distintas salidas gráficas de estos escenarios se aprecia la formación del perfil de onda típico de un flujo de barro. En la **Figura 46** se muestra el perfil para una muestra muy viscosa (150 Pa.s). Las referencias dadas en Aguirre et. al. (2005) y Quisca (1995) describen un perfil similar para estos tipos de flujos hiperconcentrados con una relación de altura máxima H entre longitud de onda L menor a $1/20$.

Considerando el mismo número de pasos de tiempo y haciendo el flujo más viscoso, en comparación con el flujo de agua, la onda reduce velocidad y alcance en la zona de deposición, pero la presencia de flujo a lo largo del canal es mayor. Otro dato importante que podemos extraer, es la relación entre el ancho de canal (4 m) y el ancho del cono de mezcla bifásica depositada (en el orden de los 15 m).

Para todos los escenarios, asumiremos la misma condición inicial dado por Castro y Chanson, (2017), donde resulta una velocidad máxima de la iniciación del volumen de mezcla bifásica acumulado de 12,5 m/s.

En el **Cuadro N°8** se muestra un resumen de los resultados de la simulación para los distintos escenarios.

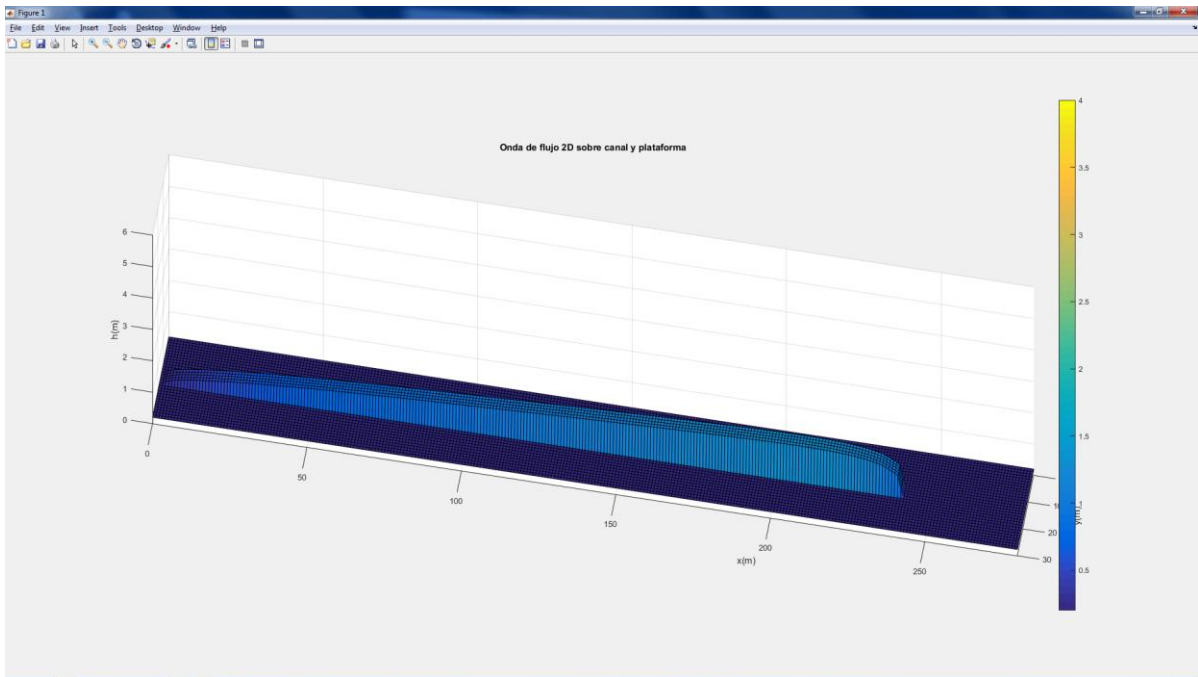


Figura 28. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=50$ Pa.s., $Sch=0,05$)

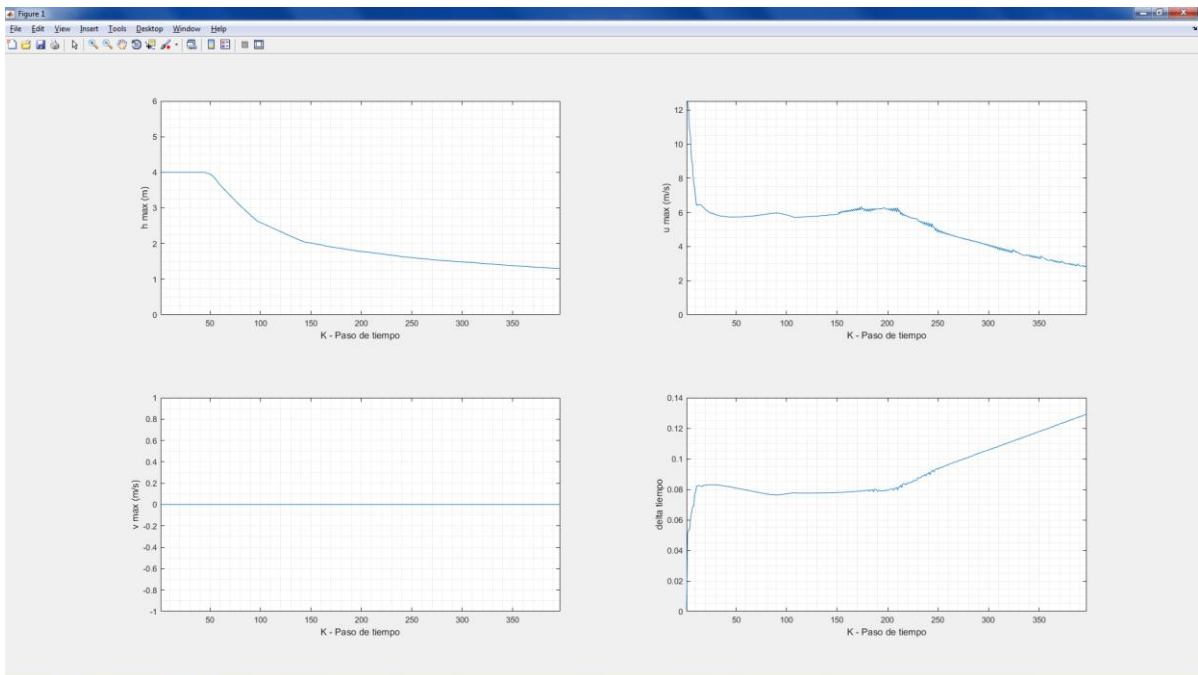


Figura 29. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=50$ Pa.s., $Sch=0,05$)

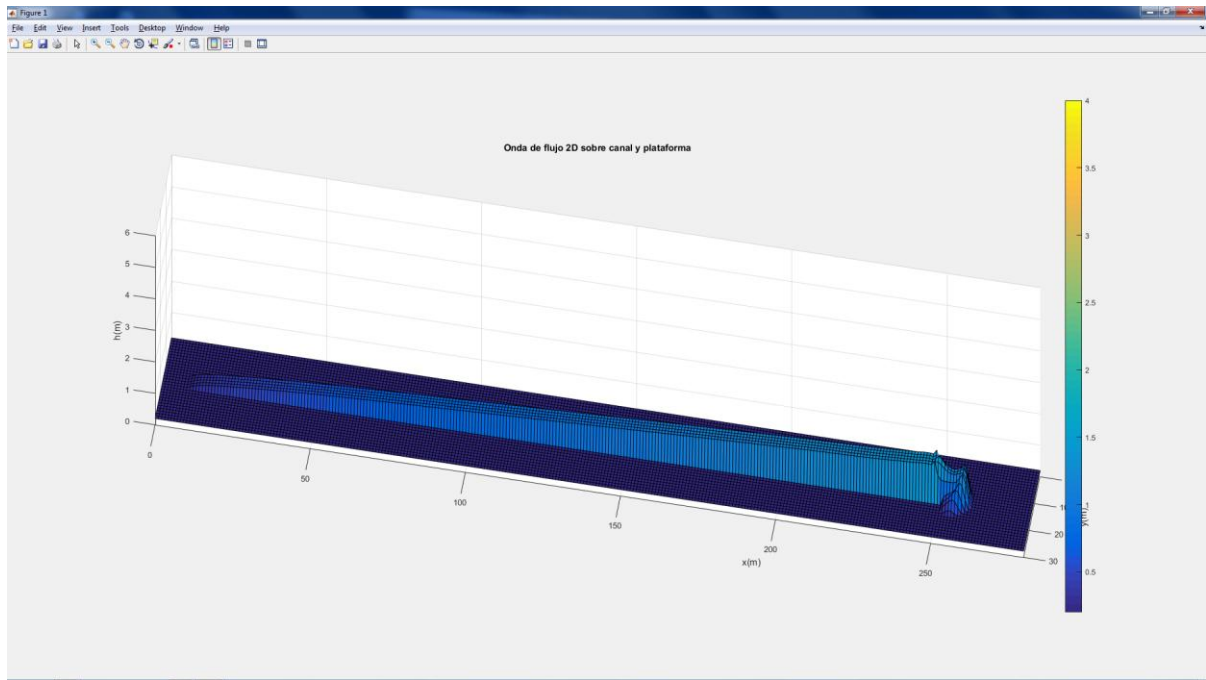


Figura 30. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=50$ Pa.s., $Sch=0,10$)

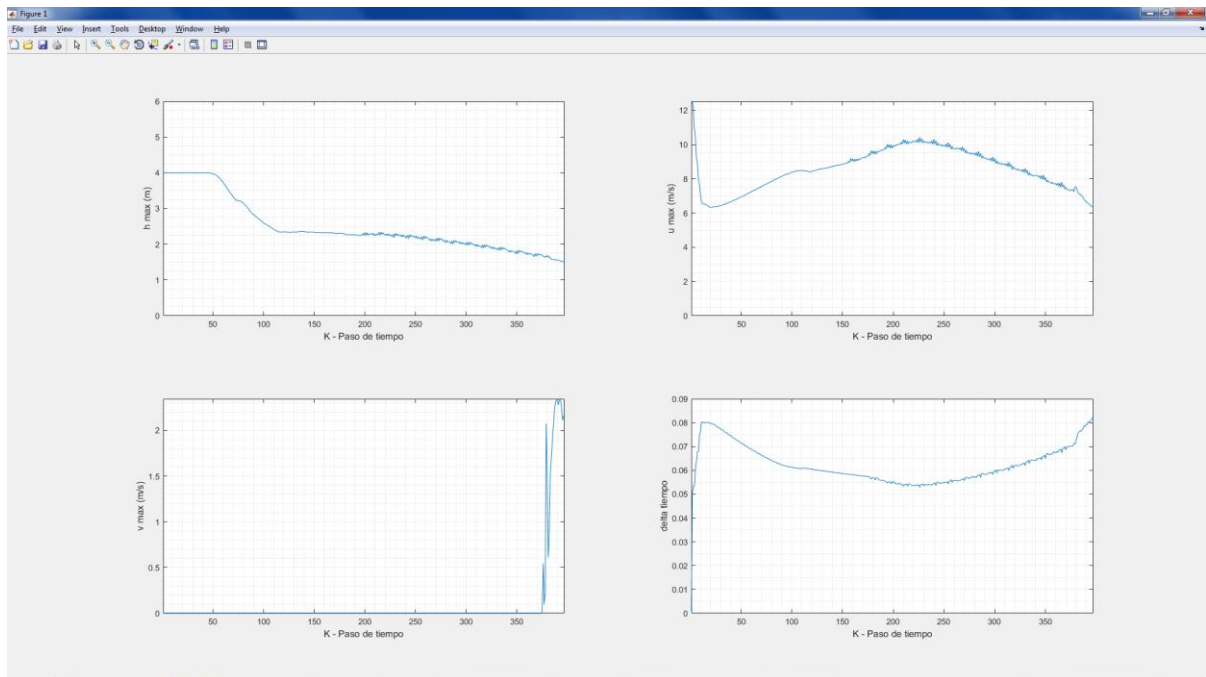


Figura 31. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=50$ Pa.s., $Sch=0,10$)

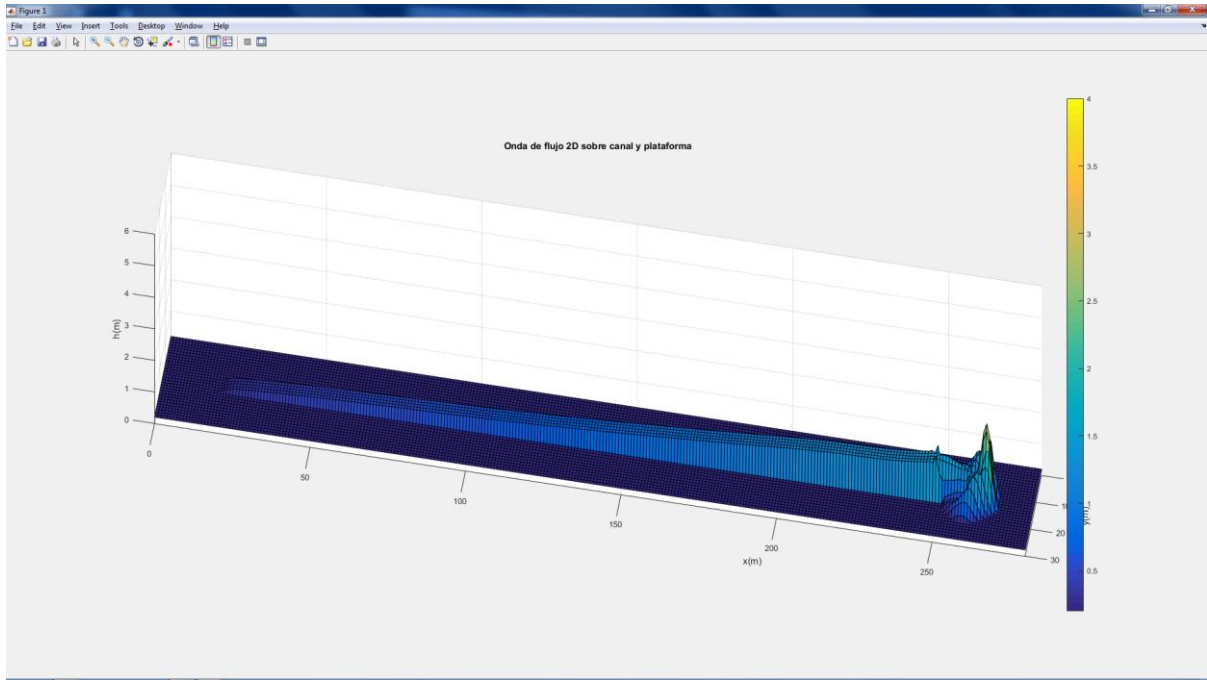


Figura 32. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=50$ Pa.s., $Sch=0,20$)

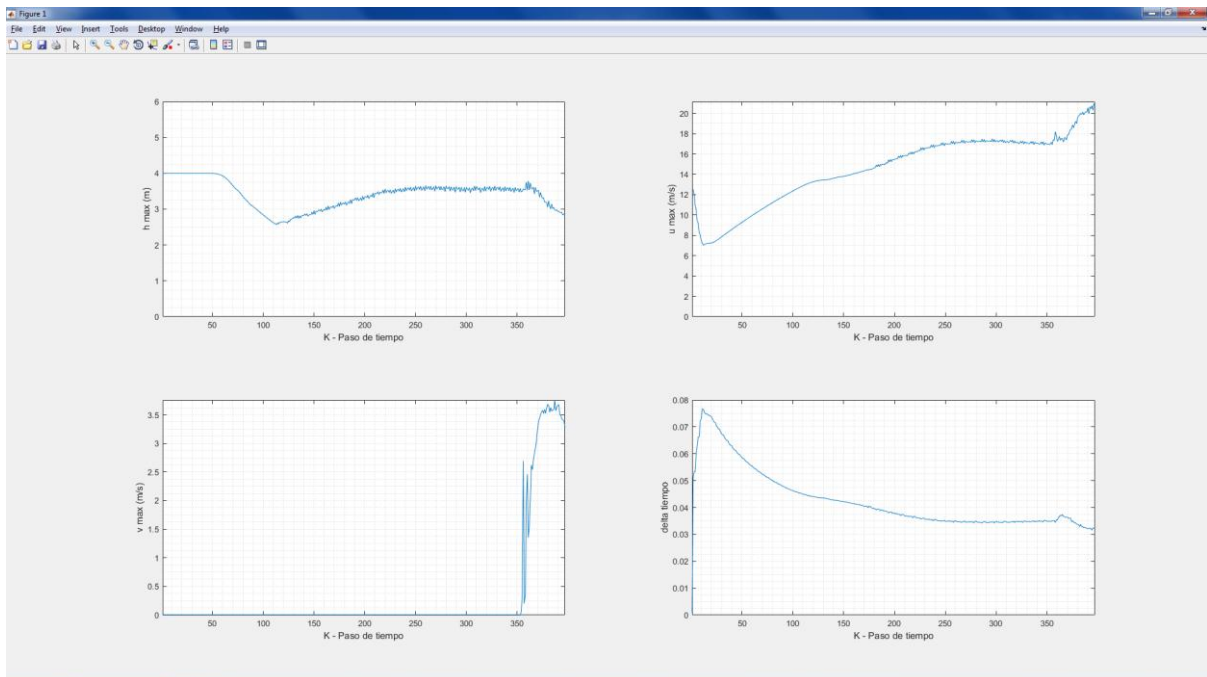


Figura 33. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=50$ Pa.s., $Sch=0,20$)

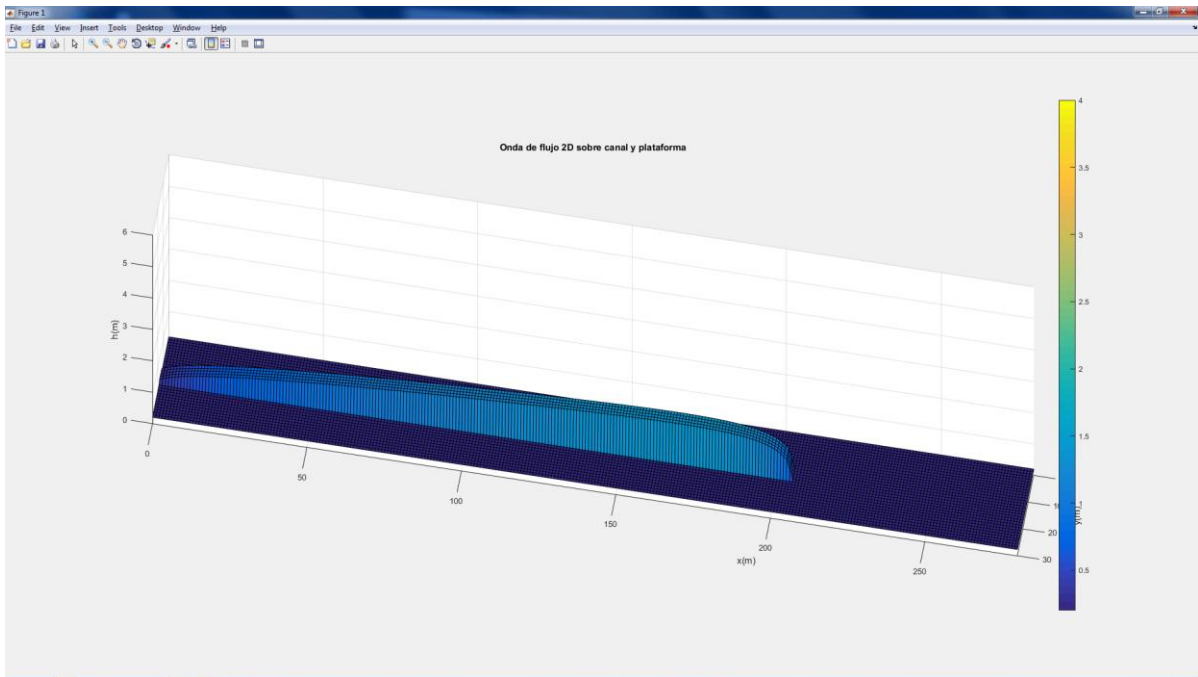


Figura 34. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=100$ Pa.s., $Sch=0,05$)

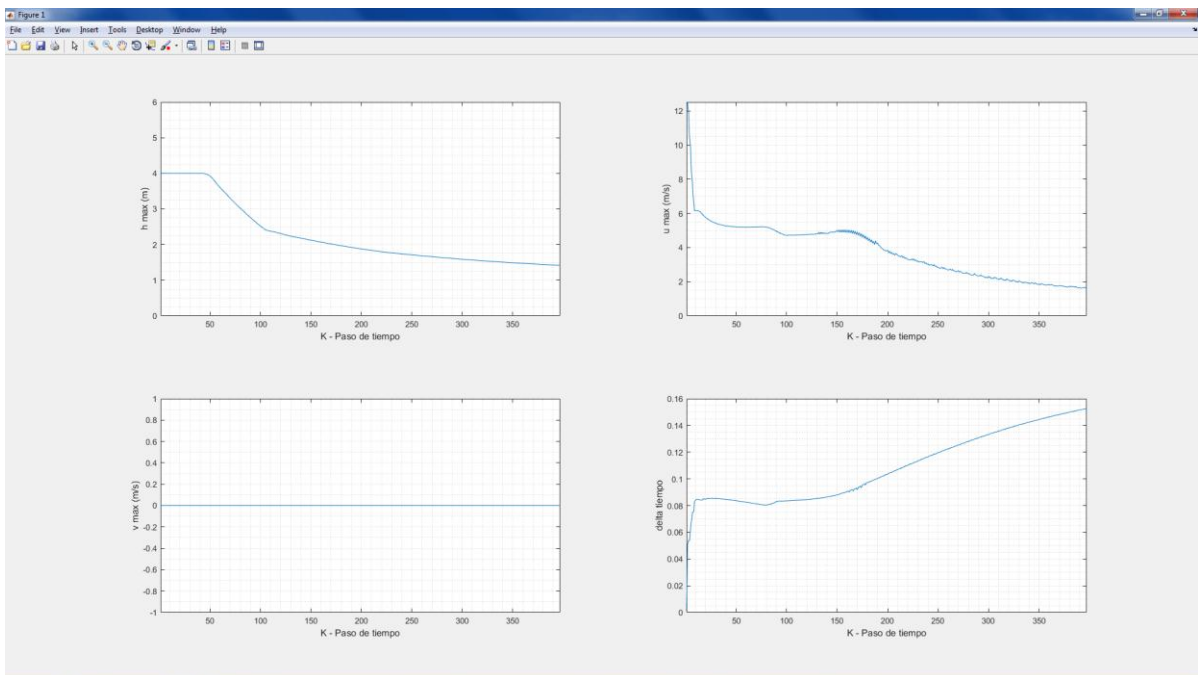


Figura 35. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=100$ Pa.s., $Sch=0,05$)

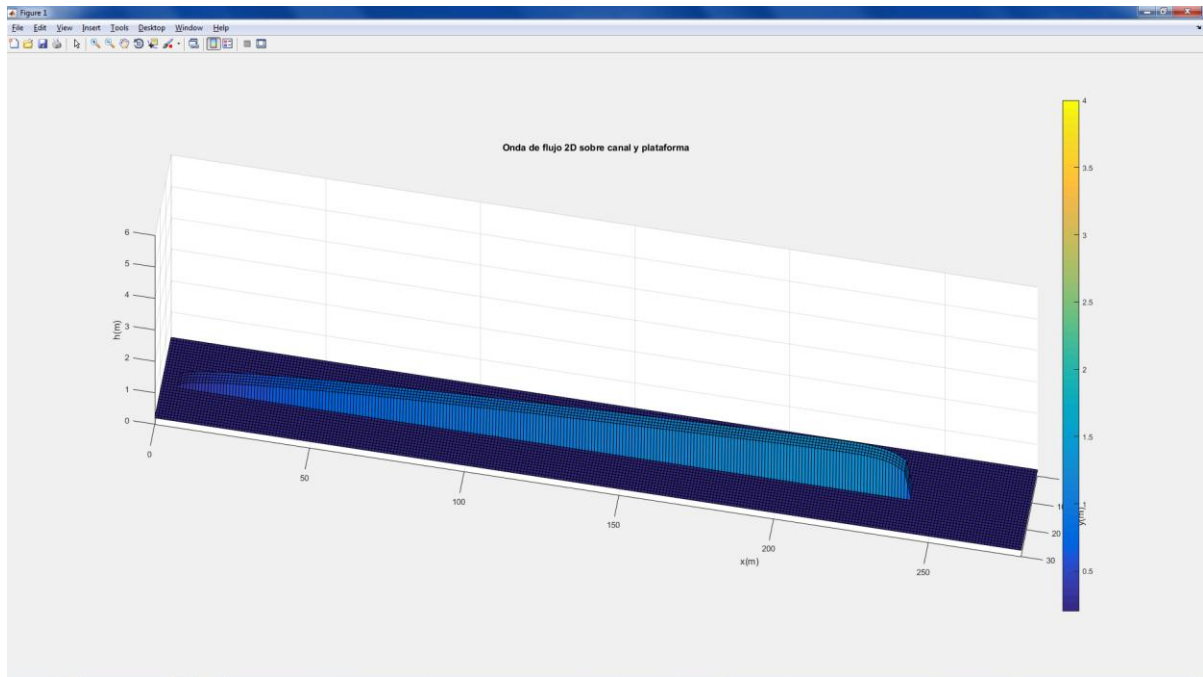


Figura 36. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=100$ Pa.s., $Sch=0,10$)

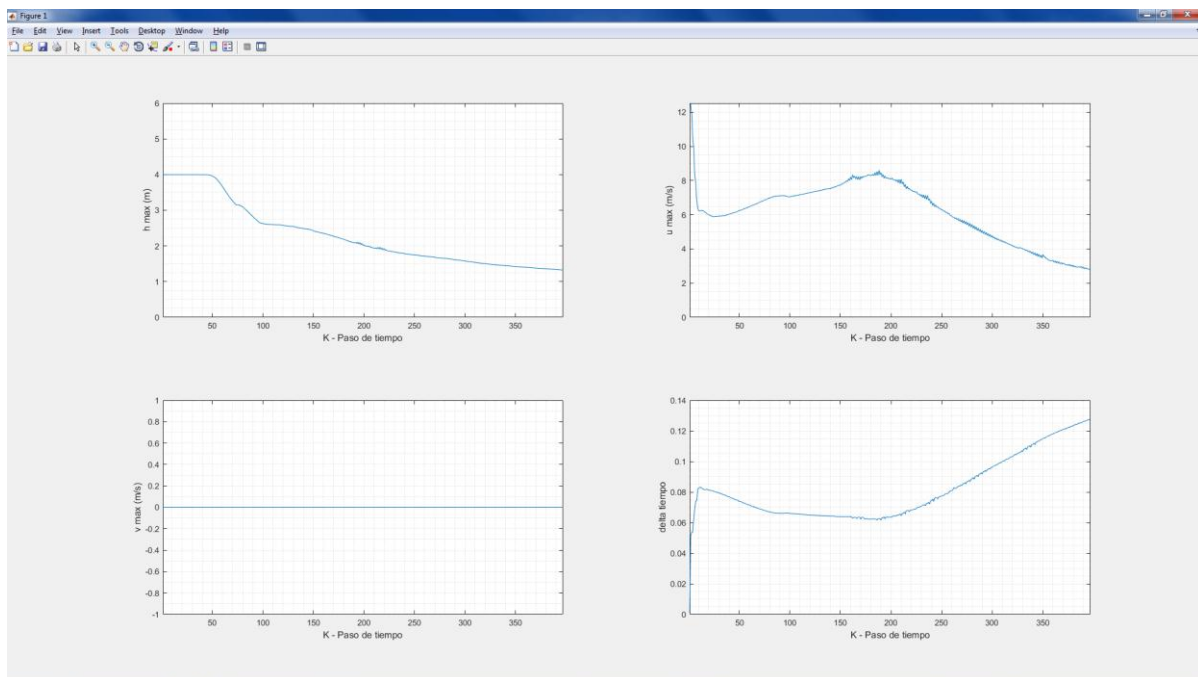


Figura 37. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=100$ Pa.s., $Sch=0,10$)

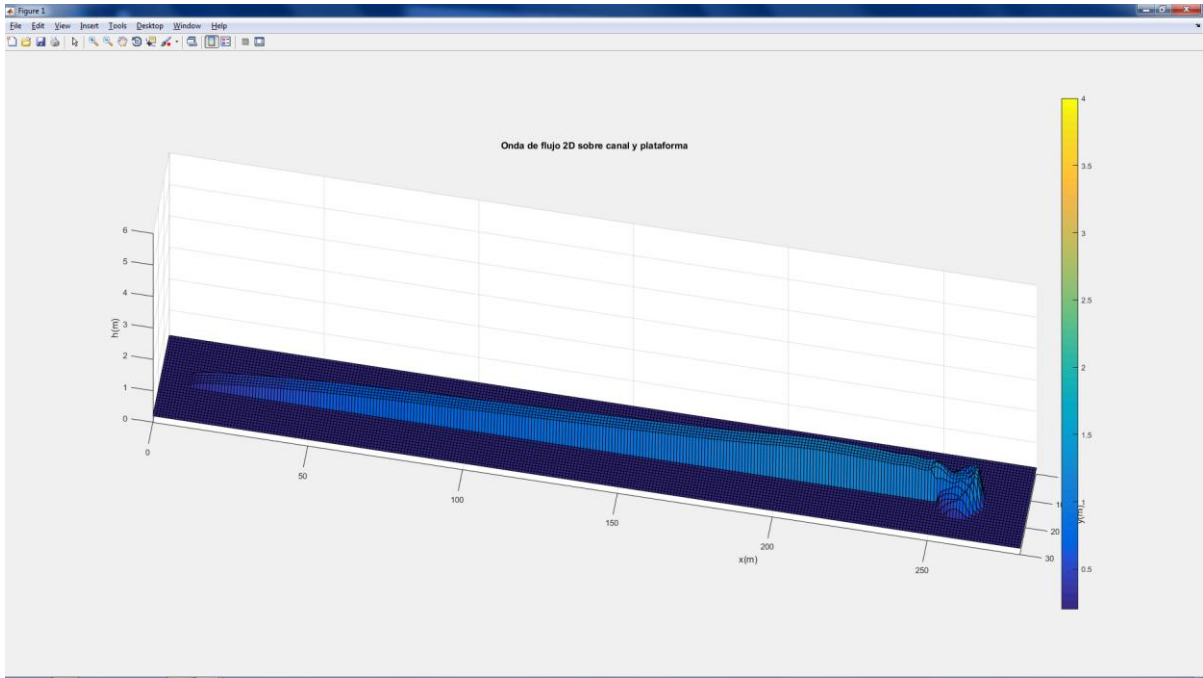


Figura 38. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=100$ Pa.s., $Sch=0,20$)

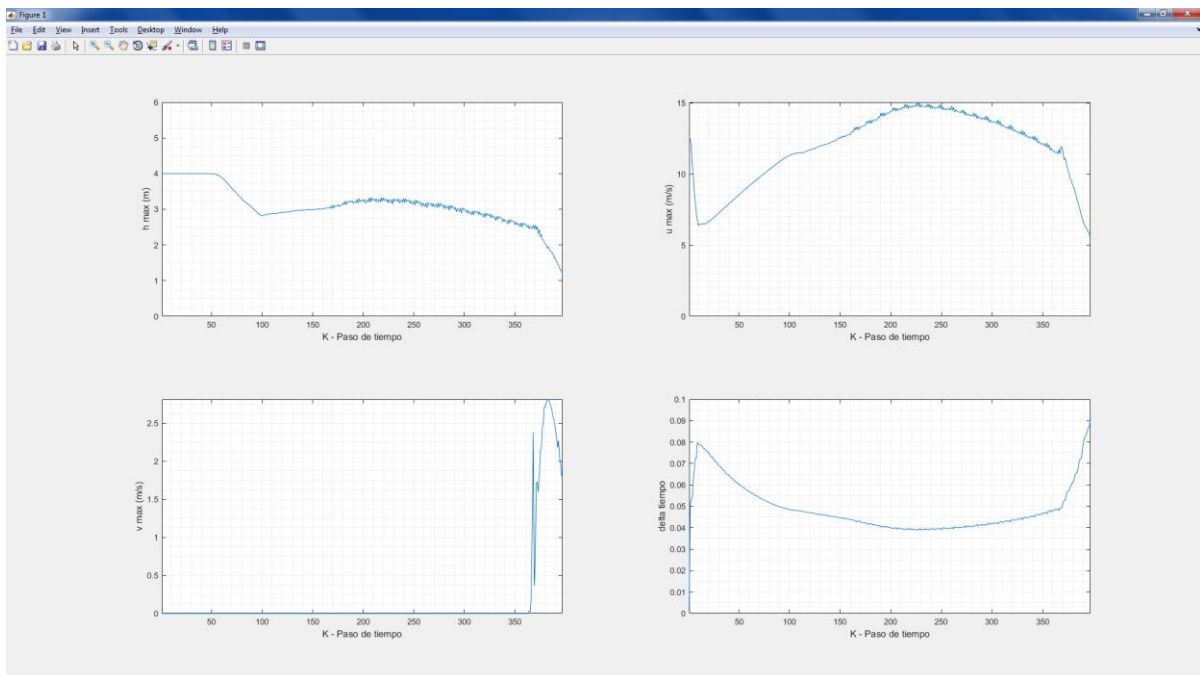


Figura 39. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=100$ Pa.s., $Sch=0,20$)

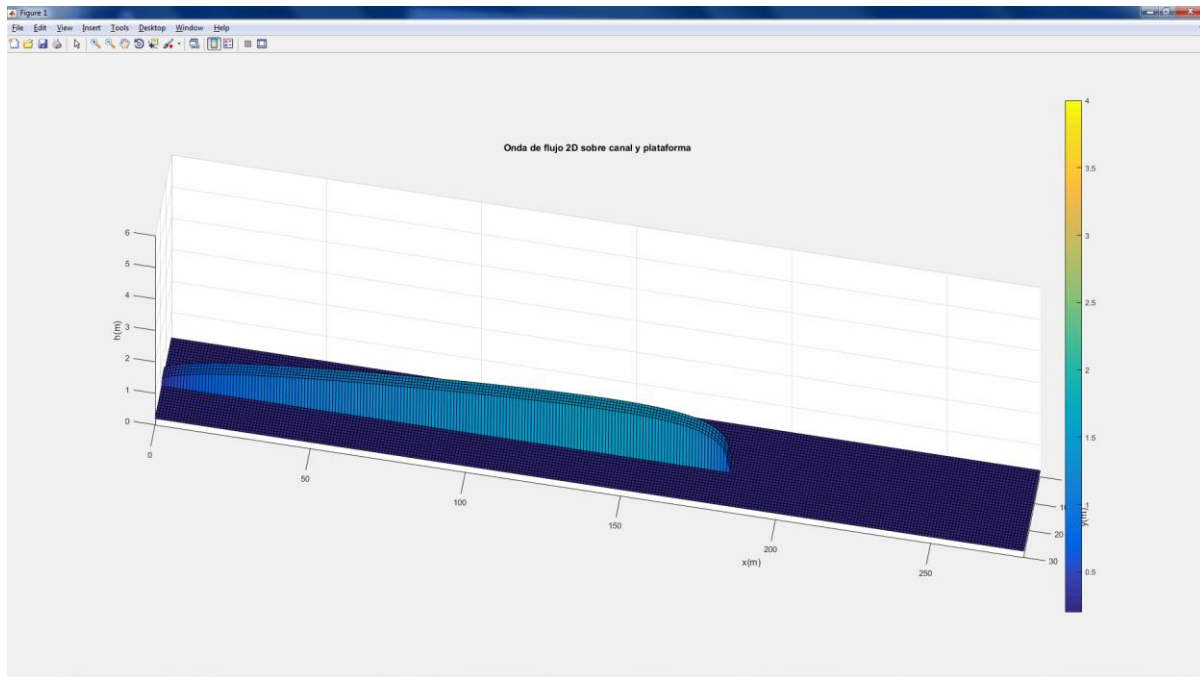


Figura 40. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=150$ Pa.s., $Sch=0,05$)

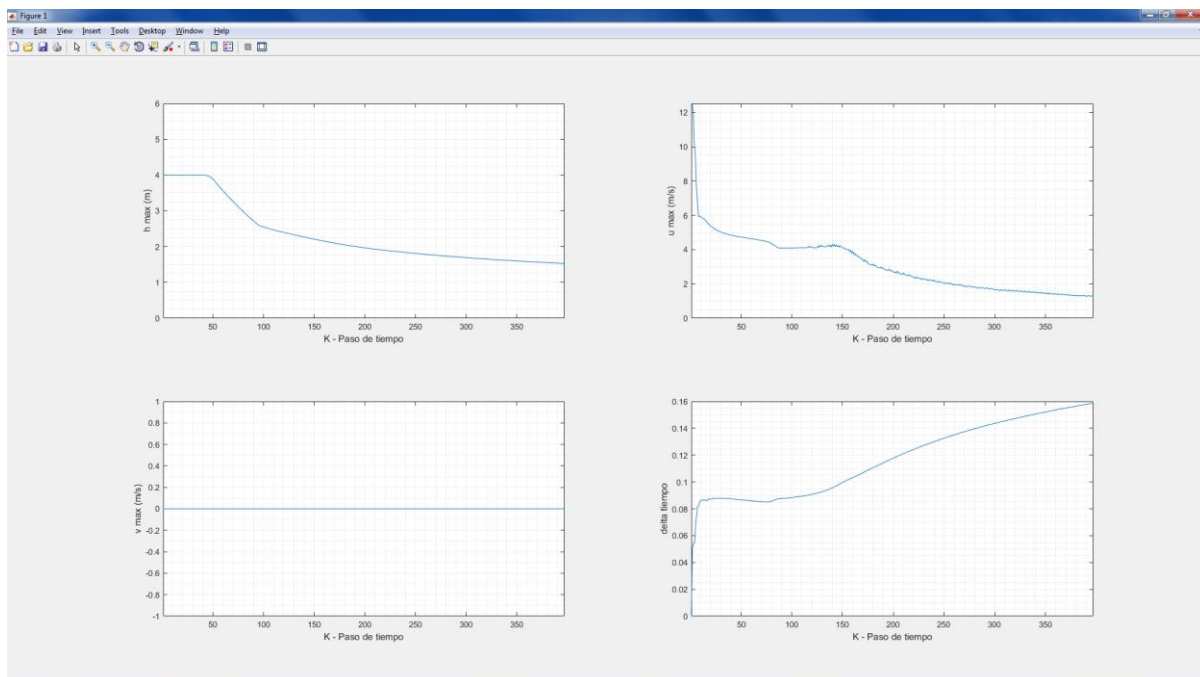


Figura 41. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=150$ Pa.s., $Sch=0,05$)

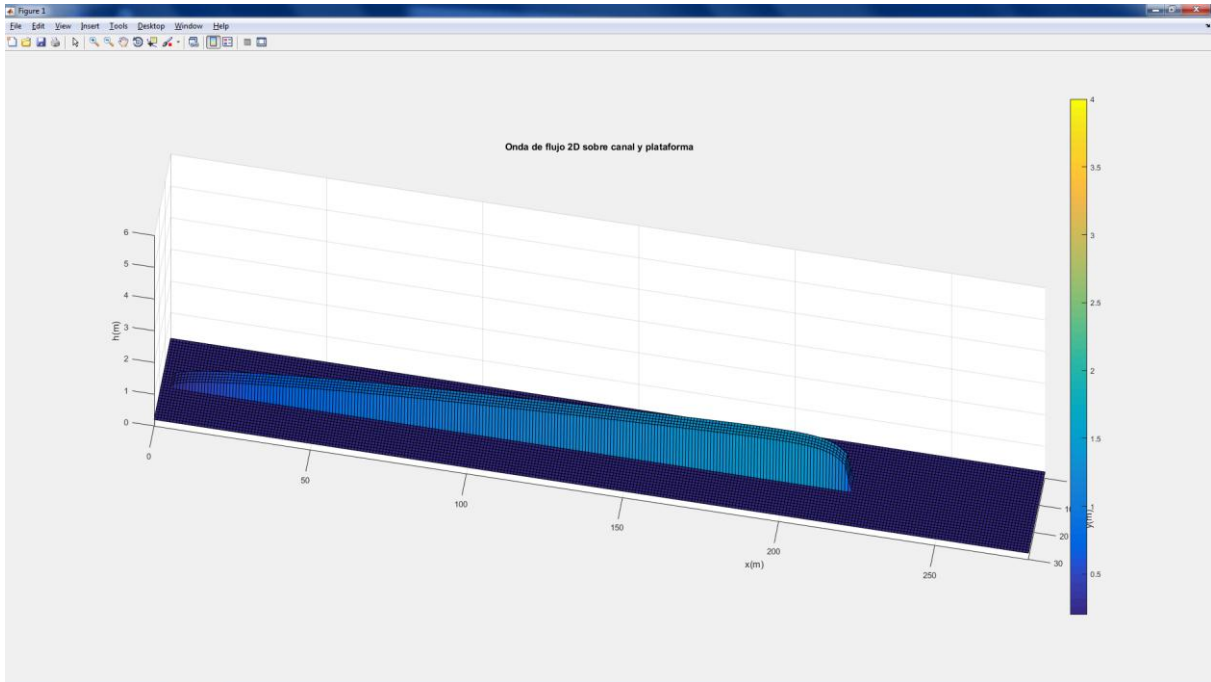


Figura 42. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=150$ Pa.s., $Sch=0,10$)

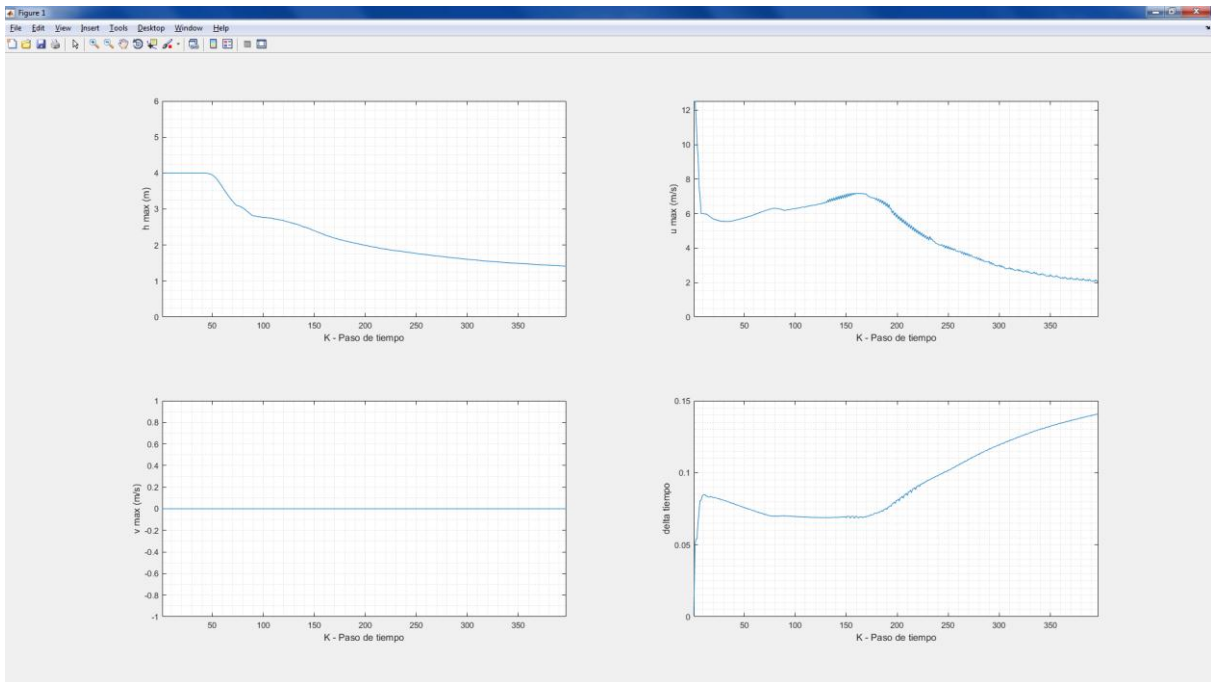


Figura 43. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=150$ Pa.s., $Sch=0,10$)

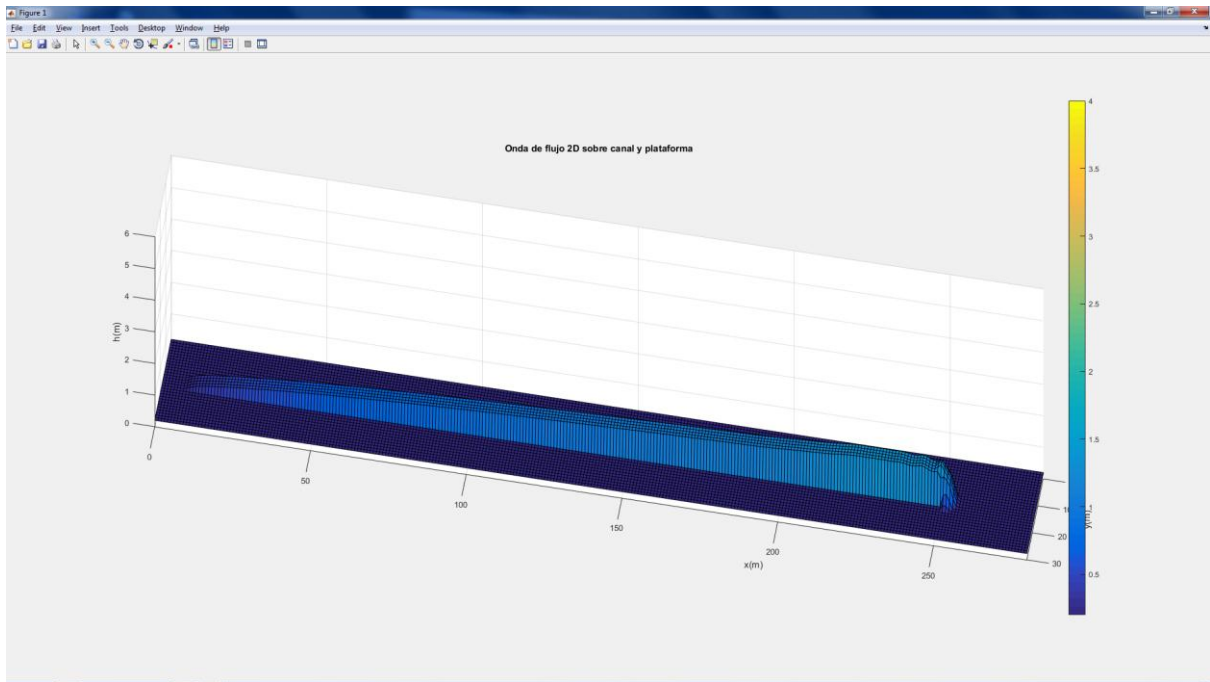


Figura 44. Vista 3D de la onda de flujo hiperconcentrado ($\mu=150$ Pa.s., $Sch=0,20$)

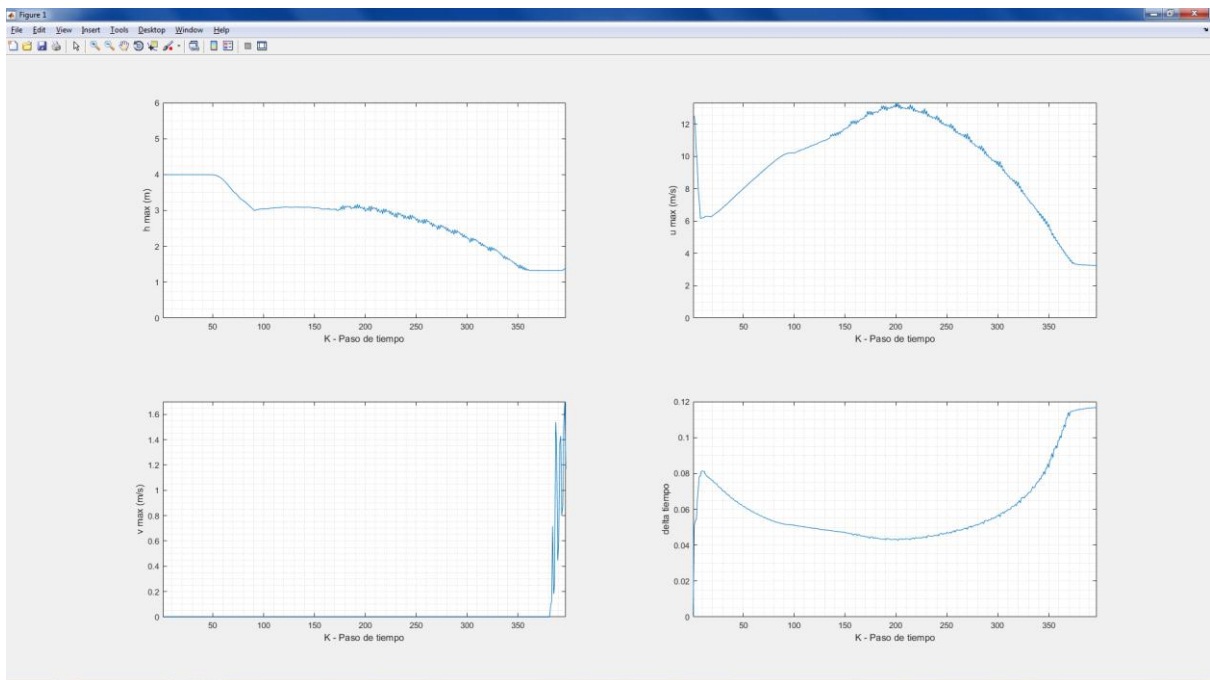


Figura 45. Variación de h (m), u (m/s) y v (m/s) paso de tiempo ($\mu=150$ Pa.s., $Sch=0,20$)

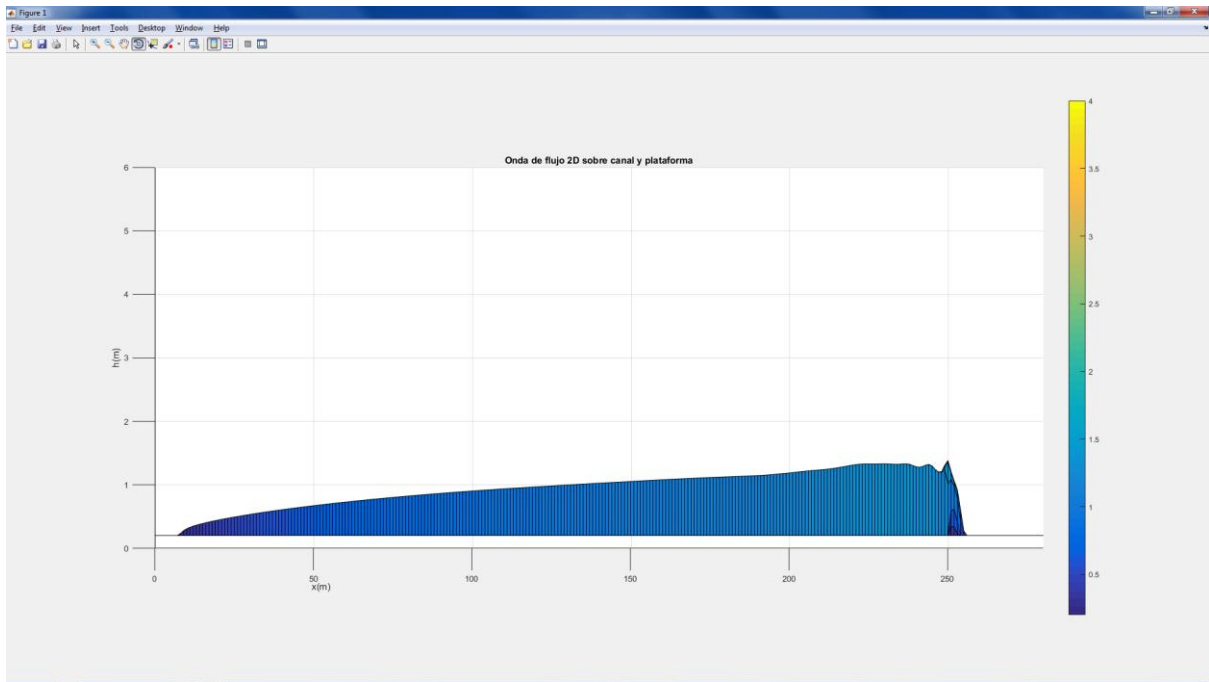


Figura 46. Perfil de la onda bifásica – mezcla muy viscosa ($\mu=150$ Pa.s., $Sch=0,20$)

Se observa, para todos los escenarios propuestos que los tirantes máximos del flujo hiperconcentrado se dan en el tramo de canal en lugar de la zona de deposición. La reducción es de aproximadamente el 20 % de tirante. Además, se tiene que las muestras viscosas (flujo hiperconcentrado) reducen la velocidad del flujo, aumentando el cuerpo del frente de onda. Se forma un lóbulo frontal en el perfil donde en los casos reales se suma material granular lo que provoca un mayor impacto y arrastre.

A diferencia de los flujos de agua, las velocidades en la dirección Y se reducen en más del 50 % respecto a la velocidad en la dirección X. Es menor la reducción de un flujo hiperconcentrado que un flujo de agua respecto a las velocidades en la dirección Y.

Gran parte de los perfiles de flujo hiperconcentrado, se alargan en casi todo el recorrido del canal, dejando una cola final donde se encuentran los mayores finos (por ejemplo, limos). Es decir, la onda no transita y pasa, sino deja un desarrollo de tirantes menores a todo lo largo.

Cuadro N° 8. Resultados del programa MUDCP2D para flujos hiperconcentrados

Viscosidad (Pa.s)	Pendiente del canal (m/m) Sch	h max (m) Tramo final del canal	u max (m/s) Tramo medio del canal	u max (m/s) Tramo final del canal	h max (m) Plataforma	u max (m/s) Plataforma	v max (m/s) Plataforma	Longitud (L) de onda (m)	Ancho del cono depositado (m)	H/L
50	S2=0,05	1,3	6,4	3,0	NP	NP	NP	237	NP	0,005
	S3=0,10	2,0	10,5	7,5	1,5	6,4	2,4	250	12	0,008
	S4=0,20	3,5	17,0	20,5	2,8	20,8	3,6	205	15	0,017
100	S2=0,05	1,5	5,0	1,7	NP	NP	NP	205	NP	0,007
	S3=0,10	1,6	8,5	3,0	NP	NP	NP	235	NP	0,006
	S4=0,20	2,5	15,0	6,0	1,3	12,0	2,7	265	15	0,009
150	S2=0,05	1,7	4,4	1,5	NP	NP	NP	180	NP	0,009
	S3=0,10	1,5	7,0	2,5	NP	NP	NP	215	NP	0,007
	S4=0,20	1,4	13,0	5,0	1,4	3,6	1,7	245	8	0,006

NP: No presenta

Comentarios:

- Todas las relaciones H/L son menores a 1/20.
- Los anchos del cono de deposición presentan mayores tirantes acumulados, a diferencia de un flujo de agua.
- Las mayores velocidades en la dirección X se dan en el tramo medio del canal.

V. CONCLUSIONES

- 1) El modelo reológico empleado de Quisca (1995) donde considera una alta influencia de la resistencia por fricción al terreno y la viscosidad propia de la mezcla se adapta a las condiciones de muestras experimentales y al modelo numérico con una rugosidad de Manning de 0,03.
- 2) Para el caso de tránsito de flujos de agua: En el tramo medio del canal se presenta una atenuación de la altura de flujo inicial en el orden de 45 % a 68 %. En el tramo medio del canal, las velocidades en la dirección X aumentan en función de la pendiente. Las mayores velocidades se dan en la zona de la plataforma. A partir de la pendiente de canal de 0,05 se tiene un factor multiplicativo e 1,5 a 3,6 con respecto a las velocidades máximas en el tramo medio. Las velocidades en la dirección Y en la zona de la plataforma son menores respecto a las velocidades en la dirección X, se tiene un factor multiplicativo de 0,14 a 0,36. A partir de pendientes mayores a 20 %, el flujo llegar a transitar un 60 % de la longitud del canal. El ancho del cono depositado es 3,8 a 4,5 veces el ancho del canal.
- 3) Para el caso de tránsito de flujo hiperconcentrado: Se observa, para todos los escenarios propuestos que los tirantes máximos del flujo hiperconcentrado se dan en el tramo de canal en lugar de la zona de deposición. La reducción es de aproximadamente el 20 % de tirante. Además, se tiene que las muestras viscosas reducen la velocidad del flujo, aumentando el cuerpo del frente de onda.
- 4) A diferencia de los flujos de agua, las velocidades de los flujos hiperconcentrados en la dirección Y se reducen en más del 50 % respecto a la velocidad en la dirección X.

VI. RECOMENDACIONES

El estado del arte en el estudio y modelamiento de los flujos hiperconcentrados, particularmente en los flujos de huaycos, permiten dejar de lado los métodos aplicables de flujos de agua con baja concentración de sedimentos, y efectuar un análisis más consistente y confiable para el diseño de obras frente a los flujos hiperconcentrados. En la actualidad, no existe el incentivo de realizar paquetes informáticos aplicados. Se recomienda, impulsar mediante la universidad y centros de investigación grupos de interés para concentrar esfuerzos en este rubro.

La técnica y/o esquema de MacCormack a base de diferencias finitas, puede ser optimizado empleando procedimientos actuales como volúmenes finitos. La complejidad es mucho mayor, pero se cuenta con la base teórica y herramientas computacionales para su aplicación.

Al programa MUDCP2D se puede incorporar otras subrutinas que permitan por ejemplo elaborar o discretizar rangos de tirantes y velocidades para la definición de un mapa de peligrosidad. Otra aplicación puede ser colocar obstrucciones dentro del dominio computacional para su evaluación. Se deja abierta la opción de incorporar mayores capacidades al programa debido a que el código fuente es libre.

El programa MUDCP2D puede ser optimizado y mejorado numéricamente para tratar lechos completamente secos y disminuir los saltos en los nodos (shock capturing). Para ello, es posible emplear técnicas más sofisticadas como el TVD (total variation diminishing).

Dentro de la investigación aplicada se emplea el MATLAB como herramienta de soporte, sin embargo, bajo un enfoque de libre acceso para cualquier usuario, es recomendable trabajar con lenguajes como R o VISUAL BASIC.

VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aguirre, J., Moncada, A., Guatarasma, L., Suárez, A. 2005. "Reología y Mecánica de Barros y Lodos", Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica, Vol. 9 N° 2, pp. 39-50.

Aguirre-Pe, J., Quisca, S., y Plachco, F. 1995. "Tests and Numerical One-dimensional Modelling of a High-viscosity Fluid Dam-break Wave", Journal Hydraulic Research, IAHR, Vol. 33(1):17-25.

Aguirre-Pe, J., y Quisca, S. 1994. Discussion to: Routing Debris Flow with Particle Segregation, Journal of Hydraulic engineering, ASCE, Vol. 120(5):660-61.

Aguirre-Pe, J., Plachco, F., Quisca, S., y Usubillaga R. 1993. "Modelling of a Debris Flow Avalanche by a Viscous Flow", Proceeding of the IAHR XXV Congress of International Association of Hydraulic Research, Tokyo 1993, Japan, Vol. III, pp. 86-93.

Anderson, D., Tannehill, J., y Pletcher, R. 1984. "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", McGraw Hill, New York.

Castro, O., Chanson H. 2017. "Ritter's dry-bed dam break flows: positive and negative wave dynamics", Environ Fluid Mech 17: 665-694.

Chaudhry, M. 1993. "Open Channel Flow", Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Chaudhry, M., y Barber, M. 1998. "Open Channel Flow, The Handbook of Fluid Dynamics", Edited by Johnson, R. W., CRC Press, New York, NY.

Fennema, R., y Chaudhry, M. 1986. "Second-order numerical schemes for unsteady free-surface flows with shocks." Water Resour. Res., 22(13), 1923-1930.

Fennema, R., y Chaudry, M. 1987. "Simulation of one-dimensional dambreak flows." J. Hydraul. Res., 24(5), 41-51.

Jameson, A., Schmidt, W., y Turkel, E. 1981. "Numerical Solutions of Euler Equations by Finite Volume Methods using Runge-Kutta time-stepping Schemes", AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, Palo Alto, California, AIAA-81-1259, 1981.

Julien, P. y Lan, Y. 1991. "Rheology of Hyperconcentrations", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.117, No. 3, 346-353.

Katopodes, N. 1984. "A dissipative Galerkin Scheme for open-channel flow." J. Hydr. Engrg., ASCE, 110(6), 450-466.

Katopodes, N., y Strelkoff, T. 1978. "Computing two-dimensional dambreak flood waves." J. Hydr. Div., ASCE, 104(9), 1269-1288.

Lax, P., y Wendroff, B. 1960. "Systems of conservation laws." Communications Pure Applied Mathematics, 13, 217-237.

Major, J., y Pierson, T. 1990. "Rheological analysis of fine-grained natural debris-flow material." Proc., Int. Symp. on Hydr./Hydro. of Arid Lands, ASCE, New York, N.Y., 225-231.

MacArthur, R., y Schamber, D. 1986. "Numerical methods for simulating mudflows." Proc., 3rd Int. Symp. on River Sedimentation, Univ. of Mississippi, Oxford, Miss., 1615-1623.

Matsutomi, H. 1983. "Numerical computations of two-dimensional inundation of rapidly varied flows due to breaking of dams." Proc. XX Congress of the IAHR, International Association for Hydraulics Research, 2, Sept., 479-488.

O'Brien, J. 1986. "Physical processes, rheology and modeling of mudflows," PhD thesis, Colorado State University, Fort Collins, Colo.

O'Brien, J., y Julien, P. 1985. "Physical properties and mechanics of hyperconcentrated sediment flows." Proc., ASCE Specialty Conf. on the Delineation of Landslides, Flash Floods and Debris Flow Hazards in Utah, Utah Water Research Lab., Univ. of Utah at Logan, Utah, 260-279.

O'Brien, J. y Julien, P. 1988. "Laboratory Analysis of Mudflow Properties", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 114, No. 8, 877-887.

O'Brien, J., Julien, P y Fullerton W. 1993. "Two-dimensional Water Flood and Mudflow Simulation", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 119, No. 2, 244-261.

Pepper, D., y Baker, A. 1988. "Finite Differences versus Finite Elements, in Handbook of Numerical Heat Transfer", W. J. Minkowycz, E. M. Sparrow, G. E. Schneider and R. H. Fletcher, Eds, John Wiley & Sons, New York.

Quisca, S. 2005. "Modelos Numéricos de Predicción para los Flujos de Huaycos y Aluviones". Proyecto de Investigación N° 083-CONCYTEC, Informe Técnico y Económico Final, Lima, Perú.

Quisca, S., Aguirre-Pe, J. y Plachco, F. 1996. Discussion to: Newtonian Fluid Mechanics Treatment of Debris Flow and Avalanches, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 122(6), pp. 362-63, U.S.A.

Quisca, S., y Aguirre-Pe, J. 1995. "Unsteady Propagation of a Quasi Two-Phase Wave on a Dry Steep Channel", Proceeding of the IAHR XXVI Congress of International Association of Hydraulic Research, Hydra 2000, London, U.K., Vol. III, pp. 208-213.

Quisca S. 1995. "Modelos numéricos del flujo de una avalancha de barros y escombros", Tesis doctoral, Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería, Laboratorio de Hidráulica, Mérida, Venezuela.

Schamber, D., y MacArthur, R. 1985. "One-dimensional model for mudflows." Proc., ASCE specialty conference on hydr. and hydro, in the small comp. age. Vol. 2, ASCE, New York, N.Y., 1334-1339.

Takahashi, T., y Tsujimoto, H. 1985. "Delineation of the debris flow hazardous zone by a numerical simulation method." Proc., Int. Symp. on Erosion, Debris Flow and Disaster Prevention, Tsukuba, Japan, 457-462.

Tarek, M., Salaheldin, J., y Chaudhry, M. 2000. "Simulación de flujos en canales abiertos con pendientes fuertes", Ingeniería del Agua, Vol. 7, N°4.

Yano, K. y Daido, A. 1965. "Fundamental Study on Mudflow", Publicación anual, Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, Kyoto, Japón, 7, 340-347.

ANEXOS

ANEXO 1

ECUACIONES DEL FLUJO PREDICTOR-CORRECTOR

(PUNTOS INTERIORES)

Puntos interiores – Paso de tiempo K

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^k = h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * h_{i,j} - u_{i-1,j} * h_{i-1,j}]^k - \frac{\Delta t}{\Delta y} [v_{i,j} * h_{i,j} - v_{i,j-1} * h_{i,j-1}]^k$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^k &= u_{i,j}^k * h_{i,j}^k \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (u_{i-1,j} * u_{i-1,j} * h_{i-1,j} + 0.5 * g * h_{i-1,j} * h_{i-1,j})]^k \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} - u_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1}]^k + \Delta t * g * h_{i,j}^k * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^k &= v_{i,j}^k * h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} - u_{i-1,j} * v_{i-1,j} * h_{i-1,j}]^k \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (v_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1} + 0.5 * g * h_{i,j-1} * h_{i,j-1})]^k + \Delta t * g * h_{i,j}^k * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^k \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^k + h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} - \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+1} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^k + u_{i,j}^k * h_{i,j}^k \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\left(\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} \right) - (\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \right]^k \\ &\quad \left. - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{u}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^k * (Sox_{i,j} - \overline{Sfx}_{i,j})^k \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+1} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^k + v_{i,j}^k * h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{v}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1}) \\ &\quad \left. - (\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j})]^k + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^k * (Soy_{i,j} - \overline{Sfy}_{i,j})^k \right\} \end{aligned}$$

Puntos interiores – Paso de tiempo K+1

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^{k+1} = h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i+1,j} * h_{i+1,j} - u_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [v_{i,j+1} * h_{i,j+1} - v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1}$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^{k+1} &= u_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i+1,j} * u_{i+1,j} * h_{i+1,j} + 0.5 * g * h_{i+1,j} * h_{i+1,j}) \\ &\quad - (u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [u_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+1} \\ &\quad * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^{k+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^{k+1} &= v_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i+1,j} * v_{i+1,j} * h_{i+1,j} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1} + 0.5 * g * h_{i,j+1} * h_{i,j+1}) \\ &\quad - (v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+1} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+1} * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^{k+1} \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+2} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^{k+1} + h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j}]^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1}]^{k+1} \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+2} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^{k+1} + u_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j})]^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{u}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1}]^{k+1} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+1} \\ &\quad \left. * (Sox_{i,j} - \tilde{S}fx_{i,j})^{k+1} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+2} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^{k+1} + v_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{v}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j}]^{k+1} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1})]^{k+1} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+1} \\ &\quad \left. * (Soy_{i,j} - \tilde{S}fy_{i,j})^{k+1} \right\} \end{aligned}$$

Puntos interiores – Paso de tiempo K+2

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^{k+2} = h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * h_{i,j} - u_{i-1,j} * h_{i-1,j}]^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [v_{i,j+1} * h_{i,j+1} - v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+2}$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^{k+2} &= u_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (u_{i-1,j} * u_{i-1,j} * h_{i-1,j} + 0.5 * g * h_{i-1,j} * h_{i-1,j})]^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [u_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+2} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+2} \\ &\quad * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^{k+2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^{k+2} &= v_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} - u_{i-1,j} * v_{i-1,j} * h_{i-1,j}]^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1} + 0.5 * g * h_{i,j+1} * h_{i,j+1}) \\ &\quad - (v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+2} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+2} * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^{k+2} \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+3} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^{k+2} + h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1}]^{k+2} \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+3} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^{k+2} + u_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j}) \\ &\quad - (\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j})]^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{u}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1}]^{k+2} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+2} \\ &\quad \left. * (Sox_{i,j} - \tilde{S}fx_{i,j})^{k+2} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+3} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^{k+2} + v_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{v}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+2} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1})]^{k+2} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+2} \\ &\quad \left. * (Soy_{i,j} - \tilde{S}fy_{i,j})^{k+2} \right\} \end{aligned}$$

Puntos interiores – Paso de tiempo K+3

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^{k+3} = h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i+1,j} * h_{i+1,j} - u_{i,j} * h_{i,j}]^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [v_{i,j} * h_{i,j} - v_{i,j-1} * h_{i,j-1}]^{k+3}$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^{k+3} &= u_{i,j}^{k+3} * h_{i,j}^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i+1,j} * u_{i+1,j} * h_{i+1,j} + 0.5 * g * h_{i+1,j} * h_{i+1,j}) \\ &\quad - (u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} - u_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1}]^{k+3} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+3} \\ &\quad * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^{k+3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^{k+3} &= v_{i,j}^{k+3} * h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i+1,j} * v_{i+1,j} * h_{i+1,j} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (v_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1} + 0.5 * g * h_{i,j-1} * h_{i,j-1})]^{k+3} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+3} \\ &\quad * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^{k+3} \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+4} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^{k+3} + h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j}]^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} - \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+3} \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+4} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^{k+3} + u_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+3} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j})]^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{u}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+3} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+3} \\ &\quad \left. * (Sox_{i,j} - \widetilde{Sf}x_{i,j})^{k+3} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+4} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^{k+3} + v_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{v}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j}]^{k+3} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1}) \\ &\quad - (\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j})]^{k+3} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+3} * (Soy_{i,j} - \widetilde{Sf}y_{i,j})^{k+3} \left. \right\} \end{aligned}$$

ANEXO 2

ECUACIONES DEL FLUJO PREDICTOR-CORRECTOR

(CONTORNOS)

Puntos esquina – Paso de tiempo K

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^k = h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * h_{i,j} + u_{i+1,j} * h_{i+1,j}]^k - \frac{\Delta t}{\Delta y} [v_{i,j} * h_{i,j} + v_{i,j+1} * h_{i,j+1}]^k$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^k &= u_{i,j}^k * h_{i,j}^k \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (u_{i+1,j} * u_{i+1,j} * h_{i+1,j} + 0.5 * g * h_{i+1,j} * h_{i+1,j})]^k \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + u_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1}]^k + \Delta t * g * h_{i,j}^k * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^k &= v_{i,j}^k * h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + u_{i+1,j} * v_{i+1,j} * h_{i+1,j}]^k \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (v_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1} + 0.5 * g * h_{i,j+1} * h_{i,j+1})]^k + \Delta t * g * h_{i,j}^k * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^k \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^k + h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-\tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} - \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+1} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^k + u_{i,j}^k * h_{i,j}^k \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j}) \\ &\quad - (\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j})]^k \\ &\quad \left. - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-\tilde{u}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^k * (Sox_{i,j} - \tilde{S}fx_{i,j})^k \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+1} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^k + v_{i,j}^k * h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{v}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1}) \\ &\quad \left. - (\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j})]^k + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^k * (Soy_{i,j} - \tilde{S}fy_{i,j})^k \right\} \end{aligned}$$

Puntos esquina – Paso de tiempo K+1

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^{k+1} = h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-u_{i-1,j} * h_{i-1,j} - u_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-v_{i,j-1} * h_{i,j-1} - v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1}$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^{k+1} &= u_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i-1,j} * u_{i-1,j} * h_{i-1,j} + 0.5 * g * h_{i-1,j} * h_{i-1,j}) \\ &\quad - (u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-u_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+1} \\ &\quad * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^{k+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^{k+1} &= v_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-u_{i-1,j} * v_{i-1,j} * h_{i-1,j} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1} + 0.5 * g * h_{i,j-1} * h_{i,j-1}) \\ &\quad - (v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+1} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+1} * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^{k+1} \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+2} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^{k+1} + h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j}]^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1}]^{k+1} \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+2} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^{k+1} + u_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j})]^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{u}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1}]^{k+1} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+1} \\ &\quad \left. * (Sox_{i,j} - \tilde{S}f_x)_{i,j}^{k+1} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+2} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^{k+1} + v_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{v}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j}]^{k+1} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1})]^{k+1} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+1} \\ &\quad \left. * (Soy_{i,j} - \tilde{S}f_y)_{i,j}^{k+1} \right\} \end{aligned}$$

Puntos esquina – Paso de tiempo K+2

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^{k+2} = h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * h_{i,j} + u_{i+1,j} * h_{i+1,j}]^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-v_{i,j-1} * h_{i,j-1} - v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+2}$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^{k+2} &= u_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (u_{i+1,j} * u_{i+1,j} * h_{i+1,j} + 0.5 * g * h_{i+1,j} * h_{i+1,j})]^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-u_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+2} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+2} \\ &\quad * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^{k+2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^{k+2} &= v_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + u_{i+1,j} * v_{i+1,j} * h_{i+1,j}]^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1} + 0.5 * g * h_{i,j-1} * h_{i,j-1}) \\ &\quad - (v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+2} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+2} * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^{k+2} \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+3} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^{k+2} + h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1}]^{k+2} \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+3} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^{k+2} + u_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j}) \\ &\quad - (\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j})]^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{u}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1}]^{k+2} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+2} \\ &\quad \left. * (Sox_{i,j} - \tilde{S}fx_{i,j})^{k+2} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+3} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^{k+2} + v_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{v}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+2} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1})]^{k+2} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+2} \\ &\quad \left. * (Soy_{i,j} - \tilde{S}fy_{i,j})^{k+2} \right\} \end{aligned}$$

Puntos esquina – Paso de tiempo K+3

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^{k+3} = h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-u_{i-1,j} * h_{i-1,j} - u_{i,j} * h_{i,j}]^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [v_{i,j} * h_{i,j} + v_{i,j+1} * h_{i,j+1}]^{k+3}$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^{k+3} &= u_{i,j}^{k+3} * h_{i,j}^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i-1,j} * u_{i-1,j} * h_{i-1,j} + 0.5 * g * h_{i-1,j} * h_{i-1,j}) \\ &\quad - (u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + u_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1}]^{k+3} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+3} \\ &\quad * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^{k+3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^{k+3} &= v_{i,j}^{k+3} * h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-u_{i-1,j} * v_{i-1,j} * h_{i-1,j} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (v_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1} + 0.5 * g * h_{i,j+1} * h_{i,j+1})]^{k+3} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+3} \\ &\quad * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^{k+3} \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+4} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^{k+3} + h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j}]^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-\tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} - \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+3} \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+4} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^{k+3} + u_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+3} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j})]^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-\tilde{u}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+3} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+3} \\ &\quad \left. * (Sox_{i,j} - \widetilde{Sf}x_{i,j})^{k+3} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+4} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^{k+3} + v_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{v}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j}]^{k+3} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1}) \\ &\quad - (\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j})]^{k+3} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+3} * (Soy_{i,j} - \widetilde{Sf}y_{i,j})^{k+3} \left. \right\} \end{aligned}$$

Puntos contorno horizontal X – Paso de tiempo K

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^k = h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * h_{i,j} - u_{i-1,j} * h_{i-1,j}]^k - \frac{\Delta t}{\Delta y} [v_{i,j} * h_{i,j} + v_{i,j+1} * h_{i,j+1}]^k$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^k &= u_{i,j}^k * h_{i,j}^k \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (u_{i-1,j} * u_{i-1,j} * h_{i-1,j} + 0.5 * g * h_{i-1,j} * h_{i-1,j})]^k \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + u_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1}]^k + \Delta t * g * h_{i,j}^k * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^k &= v_{i,j}^k * h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} - u_{i-1,j} * v_{i-1,j} * h_{i-1,j}]^k \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (v_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1} + 0.5 * g * h_{i,j+1} * h_{i,j+1})]^k + \Delta t * g * h_{i,j}^k * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^k \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^k + h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-\tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} - \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+1} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^k + u_{i,j}^k * h_{i,j}^k \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j}) \\ &\quad - (\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j})]^k \\ &\quad \left. - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-\tilde{u}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^k * (Sox_{i,j} - \tilde{S}fx_{i,j})^k \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+1} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^k + v_{i,j}^k * h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{v}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1}) \\ &\quad \left. - (\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j})]^k + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^k * (Soy_{i,j} - \tilde{S}fy_{i,j})^k \right\} \end{aligned}$$

Puntos contorno horizontal X – Paso de tiempo K+1

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^{k+1} = h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i+1,j} * h_{i+1,j} - u_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-v_{i,j-1} * h_{i,j-1} - v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1}$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^{k+1} &= u_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i+1,j} * u_{i+1,j} * h_{i+1,j} + 0.5 * g * h_{i+1,j} * h_{i+1,j}) \\ &\quad - (u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-u_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+1} \\ &\quad * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^{k+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^{k+1} &= v_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i+1,j} * v_{i+1,j} * h_{i+1,j} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1} + 0.5 * g * h_{i,j-1} * h_{i,j-1}) \\ &\quad - (v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+1} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+1} * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^{k+1} \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+2} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^{k+1} + h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j}]^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1}]^{k+1} \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+2} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^{k+1} + u_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j})]^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{u}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1}]^{k+1} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+1} \\ &\quad \left. * (Sox_{i,j} - \widetilde{Sfx}_{i,j})^{k+1} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+2} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^{k+1} + v_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{v}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j}]^{k+1} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1})]^{k+1} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+1} \\ &\quad \left. * (Soy_{i,j} - \widetilde{Sfy}_{i,j})^{k+1} \right\} \end{aligned}$$

Puntos contorno horizontal X – Paso de tiempo K+2

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^{k+2} = h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * h_{i,j} - u_{i-1,j} * h_{i-1,j}]^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-v_{i,j-1} * h_{i,j-1} - v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+2}$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^{k+2} &= u_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (u_{i-1,j} * u_{i-1,j} * h_{i-1,j} + 0.5 * g * h_{i-1,j} * h_{i-1,j})]^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-u_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+2} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+2} \\ &\quad * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^{k+2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^{k+2} &= v_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} - u_{i-1,j} * v_{i-1,j} * h_{i-1,j}]^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1} + 0.5 * g * h_{i,j-1} * h_{i,j-1}) \\ &\quad - (v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+2} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+2} * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^{k+2} \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+3} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^{k+2} + h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1}]^{k+2} \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+3} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^{k+2} + u_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j}) \\ &\quad - (\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j})]^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{u}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1}]^{k+2} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+2} \\ &\quad \left. * (Sox_{i,j} - \tilde{S}fx_{i,j})^{k+2} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+3} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^{k+2} + v_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{v}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+2} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1})]^{k+2} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+2} \\ &\quad \left. * (Soy_{i,j} - \tilde{S}fy_{i,j})^{k+2} \right\} \end{aligned}$$

Puntos contorno horizontal X – Paso de tiempo K+3

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^{k+3} = h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i+1,j} * h_{i+1,j} - u_{i,j} * h_{i,j}]^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [v_{i,j} * h_{i,j} + v_{i,j+1} * h_{i,j+1}]^{k+3}$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^{k+3} &= u_{i,j}^{k+3} * h_{i,j}^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i+1,j} * u_{i+1,j} * h_{i+1,j} + 0.5 * g * h_{i+1,j} * h_{i+1,j}) \\ &\quad - (u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + u_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1}]^{k+3} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+3} \\ &\quad * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^{k+3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^{k+3} &= v_{i,j}^{k+3} * h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i+1,j} * v_{i+1,j} * h_{i+1,j} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (v_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1} + 0.5 * g * h_{i,j+1} * h_{i,j+1})]^{k+3} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+3} \\ &\quad * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^{k+3} \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+4} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^{k+3} + h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j}]^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-\tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} - \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+3} \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+4} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^{k+3} + u_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+3} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j})]^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [-\tilde{u}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+3} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+3} \\ &\quad \left. * (Sox_{i,j} - \widetilde{Sf}x_{i,j})^{k+3} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+4} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^{k+3} + v_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{v}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j}]^{k+3} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1}) \\ &\quad \left. - (\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j})]^{k+3} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+3} * (Soy_{i,j} - \widetilde{Sf}y_{i,j})^{k+3} \right\} \end{aligned}$$

Puntos contorno vertical Y – Paso de tiempo K

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^k = h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * h_{i,j} + u_{i+1,j} * h_{i+1,j}]^k - \frac{\Delta t}{\Delta y} [v_{i,j} * h_{i,j} - v_{i,j-1} * h_{i,j-1}]^k$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^k &= u_{i,j}^k * h_{i,j}^k \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (u_{i+1,j} * u_{i+1,j} * h_{i+1,j} + 0.5 * g * h_{i+1,j} * h_{i+1,j})]^k \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} - u_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1}]^k + \Delta t * g * h_{i,j}^k * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^k &= v_{i,j}^k * h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + u_{i+1,j} * v_{i+1,j} * h_{i+1,j}]^k \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (v_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1} + 0.5 * g * h_{i,j-1} * h_{i,j-1})]^k + \Delta t * g * h_{i,j}^k * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^k \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^k + h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} - \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+1} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^k + u_{i,j}^k * h_{i,j}^k \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j}) \\ &\quad - (\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j})]^k \\ &\quad \left. - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{u}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^k * (Sox_{i,j} - \tilde{S}f_{x_{i,j}})^k \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+1} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^k + v_{i,j}^k * h_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{v}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^k \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1}) \\ &\quad \left. - (\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j})]^k + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^k * (Soy_{i,j} - \tilde{S}f_{y_{i,j}})^k \right\} \end{aligned}$$

Puntos contorno vertical Y – Paso de tiempo K+1

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^{k+1} = h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-u_{i-1,j} * h_{i-1,j} - u_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [v_{i,j+1} * h_{i,j+1} - v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1}$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^{k+1} &= u_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i-1,j} * u_{i-1,j} * h_{i-1,j} + 0.5 * g * h_{i-1,j} * h_{i-1,j}) \\ &\quad - (u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [u_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+1} \\ &\quad * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^{k+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^{k+1} &= v_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-u_{i-1,j} * v_{i-1,j} * h_{i-1,j} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1} + 0.5 * g * h_{i,j+1} * h_{i,j+1}) \\ &\quad - (v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+1} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+1} * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^{k+1} \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+2} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^{k+1} + h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j}]^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1}]^{k+1} \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+2} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^{k+1} + u_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j})]^{k+1} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{u}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1}]^{k+1} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+1} \\ &\quad \left. * (Sox_{i,j} - \tilde{S}fx_{i,j})^{k+1} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+2} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^{k+1} + v_{i,j}^{k+1} * h_{i,j}^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{v}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j}]^{k+1} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1})]^{k+1} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+1} \\ &\quad \left. * (Soy_{i,j} - \tilde{S}fy_{i,j})^{k+1} \right\} \end{aligned}$$

Puntos contorno vertical Y – Paso de tiempo K+2

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^{k+2} = h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * h_{i,j} + u_{i+1,j} * h_{i+1,j}]^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [v_{i,j+1} * h_{i,j+1} - v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+2}$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^{k+2} &= u_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (u_{i+1,j} * u_{i+1,j} * h_{i+1,j} + 0.5 * g * h_{i+1,j} * h_{i+1,j})]^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [u_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+2} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+2} \\ &\quad * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^{k+2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^{k+2} &= v_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + u_{i+1,j} * v_{i+1,j} * h_{i+1,j}]^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j+1} * v_{i,j+1} * h_{i,j+1} + 0.5 * g * h_{i,j+1} * h_{i,j+1}) \\ &\quad - (v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+2} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+2} * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^{k+2} \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+3} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^{k+2} + h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1}]^{k+2} \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+3} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^{k+2} + u_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j}) \\ &\quad - (\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j})]^{k+2} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} - \tilde{u}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1}]^{k+2} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+2} \\ &\quad \left. * (Sox_{i,j} - \tilde{S}fx_{i,j})^{k+2} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+3} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^{k+2} + v_{i,j}^{k+2} * h_{i,j}^{k+2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-\tilde{u}_{i-1,j} * \tilde{v}_{i-1,j} * \tilde{h}_{i-1,j} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+2} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{v}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j-1} * \tilde{h}_{i,j-1})]^{k+2} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+2} \\ &\quad \left. * (Soy_{i,j} - \tilde{S}fy_{i,j})^{k+2} \right\} \end{aligned}$$

Puntos contorno vertical Y – Paso de tiempo K+3

Predictor:

$$\tilde{h}_{i,j}^{k+3} = h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-u_{i-1,j} * h_{i-1,j} - u_{i,j} * h_{i,j}]^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [v_{i,j} * h_{i,j} - v_{i,j-1} * h_{i,j-1}]^{k+3}$$

$$\begin{aligned} (\overline{uh})_{i,j}^{k+3} &= u_{i,j}^{k+3} * h_{i,j}^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(u_{i-1,j} * u_{i-1,j} * h_{i-1,j} + 0.5 * g * h_{i-1,j} * h_{i-1,j}) \\ &\quad - (u_{i,j} * u_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j})]^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} - u_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1}]^{k+3} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+3} \\ &\quad * (Sox_{i,j} - Sfx_{i,j})^{k+3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{vh})_{i,j}^{k+3} &= v_{i,j}^{k+3} * h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [-u_{i-1,j} * v_{i-1,j} * h_{i-1,j} - u_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j}]^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(v_{i,j} * v_{i,j} * h_{i,j} + 0.5 * g * h_{i,j} * h_{i,j}) \\ &\quad - (v_{i,j-1} * v_{i,j-1} * h_{i,j-1} + 0.5 * g * h_{i,j-1} * h_{i,j-1})]^{k+3} + \Delta t * g * h_{i,j}^{k+3} \\ &\quad * (Soy_{i,j} - Sfy_{i,j})^{k+3} \end{aligned}$$

Corrector:

$$h_{i,j}^{k+4} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{h}_{i,j}^{k+3} + h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j}]^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} - \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+3} \right\}$$

$$\begin{aligned} (uh)_{i,j}^{k+4} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{uh})_{i,j}^{k+3} + u_{i,j}^{k+3} * h_{i,j}^{k+3} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\tilde{u}_{i,j} * \tilde{u}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}) \\ &\quad - (\tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j})]^{k+3} \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [\tilde{u}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} - \tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j}]^{k+3} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+3} \\ &\quad \left. * (Sox_{i,j} - \widetilde{Sf}x_{i,j})^{k+3} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vh)_{i,j}^{k+4} &= \frac{1}{2} \left\{ (\overline{vh})_{i,j}^{k+3} + v_{i,j}^{k+3} * h_{i,j}^{k+3} - \frac{\Delta t}{\Delta x} [\tilde{u}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + \tilde{u}_{i+1,j} * \tilde{v}_{i+1,j} * \tilde{h}_{i+1,j}]^{k+3} \right. \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{v}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j+1} * \tilde{h}_{i,j+1}) \\ &\quad - (\tilde{v}_{i,j} * \tilde{v}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j} + 0.5 * g * \tilde{h}_{i,j} * \tilde{h}_{i,j})]^{k+3} + \Delta t * g * \tilde{h}_{i,j}^{k+3} * (Soy_{i,j} - \widetilde{Sf}y_{i,j})^{k+3} \left. \right\} \end{aligned}$$

ANEXO 3

CÓDIGO MATLAB DEL PROGRAMA MUDCP2D 1.0

MUDCP2D.m

```

%%%TESISTA MAESTRIA EN RECURSOS HIDRICOS
%%%
%%%***** UNALM - Marzo 2018
%%%*****
%%% CÓDIGO 2D SHALLOW WATER EQUATIONS
%%%
% ESQUEMA DIFERENCIAS FINITAS MC-CORMACK
%
%%%*****
%%% FLUJO EN CANAL + PLATAFORMA 2D
tic
clear;
clc;
close all;
format short;
kd=0.5; %Factor de disipación artificial

% Datos de canal+plataforma
Ach=4; %Ancho del canal (m)
Lmu=50; %Longitud de la muestra en el
canal (m)
Lch=200; %Longitud del canal (m)
Apl=30; %Ancho de la plataforma (m)
Lpl=30; %Longitud de la plataforma (m)
Lx=Lmu+Lch+Lpl;
Ly=Apl;

% Datos de la malla cuadrada
dx=1; % Grilla
dy=dx;
Ny=single(1+(Apl/dy));
Nx=single(1+((Lmu+Lch+Lpl)/dx));
Nynd=single(1+((Apl-Ach)/(2*dy)));
Nymi=Nynd+single(Ach/dy);
Nxfm=single(1+(Lmu/dx));
Nxip=Nx-single(Lpl/dx);
Nxfc=Nxip-1;
intm=round(Nx/2);

x=0:dx:Lx;
y=0:dy:Ly;

%Rugosidad de Manning
nx=zeros(Nx,Ny);
nx(1:Nxfc,Ny:Nymi,:)=0.03; %canal
ny(1:Nxfc,Ny:Nymi,:)=0.03; %canal
nx(Nxip:Nx,1:Ny,:)=0.03; %plataforma
ny(Nxip:Nx,1:Ny,:)=0.095; %plataforma

%Pendiente de fondo
Sox=zeros(Nx,Ny);
Sox(1:Nxfc,Ny:Nymi)=0.2; %canal X
Sox(Nxip:Nx,1:Ny)=0; %plataforma X
Soy=zeros(Nx,Ny);
Soy(1:Nxfc,Ny:Nymi)=0; %canal Y
Soy(Nxip:Nx,1:Ny)=0; %plataforma Y

%PARAMETROS VISCOSOS
alfa=4;
viscx=150; % en Pa.s
viscy=150; % en Pa.s
dens=17094; %Peso específico

%Condiciones iniciales

```

```

hini=4; %Altura de flujo inicial
hmin=.05*hini; %Altura minima mojado
h=hmin*ones(Nx,Ny);
u=zeros(Nx,Ny);
v=zeros(Nx,Ny);
Sfx=zeros(Nx,Ny);
Sfxw=zeros(Nx,Ny);
Sfy=zeros(Nx,Ny);
Sfyw=zeros(Nx,Ny);

% Propuesta dada por Castro y Chanson
(2017)
h(1:Nx-1,Ny:Nymi,1)=single(hini);
h(Nx,Ny:Nymi,1)=(4/9)*single(hini);
h(Nx+1,Ny:Nymi,1)=(0.27)*single(hini);
h(Nx+2:Nxip,Ny:Nymi,1)=single(hmin);
h(Nxip+1:Nx,1:Ny,1)=single(hmin);

u(Nx,Ny:Nymi,1)=(2/3)*(9.81*hini)^0.5;
u(Nx+1,Ny:Nymi,1)=2*(9.81*hini)^0.5;
u(Nx+2,Ny:Nymi,1)=2*(9.81*hini)^0.5;

% Punto inicial para gráficas
grafh(1)=hini;
grafu(1)=2*(9.81*hini)^0.5;
grafv(1)=0;

%Estabilidad de Courant y paso de tiempo
dt=0.001;
NCo=.8;
grafdt(1)=dt;
Nt=100; % Ingresar número de iteraciones
x4
d=4*Nt-3;
dtmin=0.0001; %Tiempo mínimo del paso de
tiempo

fprintf('Número de pasos de tiempo:
%d\n\n', d);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for it=1:Nt
    k=4*it-3;

%%% PREDICTOR PARA EL PASO DE TIEMPO K %%%

%predictor para el contorno horizontalX
for i=Nxip+1:Nx
    for j=1
        klpredcontornov
    end
end
for i=2:Nxip-1
    for j=Nynd
        klpredcontornov
    end
end
%predictor para el contorno verticalY
for i=1
    for j=Nynd+1:Nymi
        klpredcontornoh
    end
end
for i=Nxip
    for j=Nymi+1:Ny
        klpredcontornoh
    end
end
for i=Nxip
    for j=2:Nynd-1
        klpredcontornoh
    end
end
%predictor en la esquina
for i=1
    for j=Nynd
        klpredesquina
    end
end

```

```

end
for i=Nxip
for j=1
klpredesquina
end
end
%predictor para los puntos internos
for i=2:Nxip
for j=Nymd+1:Nymi
klpredinterior
end
end
for i=Nxip
for j=Nymd
klpredinterior
end
end
for i=Nxip+1:Nx
for j=2:Ny
klpredinterior
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
hw(:, :, k)=round(hw(:, :, k), 4);
uw(:, :, k)=round(uw(:, :, k), 4);
vw(:, :, k)=round(vw(:, :, k), 4);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
contornovelocw
controlhw

%%% CORRECTOR PARA EL PASO DE TIEMPO K %%%

%corrector para los puntos internos
for i=1:Nxip-1
for j=Nymd:Nymi-1
klcorrectinterior
end
end
for i=Nxip:Nx-1
for j=1:Ny-1
klcorrectinterior
end
end

%corrector para el contorno verticaly
for i=Nx
for j=1:Ny-1
klcorrectcontornoh
end
end
%corrector para el contorno horizontalx
for i=1:Nxip-1
for j=Nymi
klcorrectcontornov
end
end
for i=Nxip:Nx-1
for j=Ny
klcorrectcontornov
end
end
%corrector en la esquina
for i=Nx
for j=Ny
klcorrectesquina
end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
h(:, :, k+1)=round(h(:, :, k+1), 4);
u(:, :, k+1)=round(u(:, :, k+1), 4);
v(:, :, k+1)=round(v(:, :, k+1), 4);
Sfx(:, :, k)=round(Sfx(:, :, k), 4);
Sfy(:, :, k)=round(Sfy(:, :, k), 4);
Sfxw(:, :, k)=round(Sfxw(:, :, k), 4);
Sfyw(:, :, k)=round(Sfyw(:, :, k), 4);

grafh(k+1)=max(max(h(:, :, k+1)));
grafu(k+1)=max(max(u(:, :, k+1)));
grafv(k+1)=max(max(v(:, :, k+1)));

c=(9.81*h(:, :, k+1)).^0.5;
max1=max(max(c+abs(u(:, :, k+1))));
max2=max(max(c+abs(v(:, :, k+1))));
dt=NCo*min(dx/max1, dy/max2);
if dt<dtmin && dt>0
dt=dtmin;
else
end
end
grafdt(k+1)=dt;

fprintf('Paso de tiempo= %d // Delta t=
%f\n', k, dt);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
contornoveloc
controlhmin
Disipadorhk1

%%% PREDICTOR PARA EL PASO DE TIEMPO K+1
%%%

%predictor para los puntos internos
for i=1:Nxip-1
for j=Nymd:Nymi-1
k2predinterior
end
end
for i=Nxip:Nx-1
for j=1:Ny-1
k2predinterior
end
end

%predictor para el contorno verticaly
for i=Nx
for j=1:Ny-1
k2predcontornoh
end
end
%predictor para el contorno horizontalx
for i=1:Nxip-1
for j=Nymi
k2predcontornov
end
end
for i=Nxip:Nx-1
for j=Ny
k2predcontornov
end
end
%predictor en la esquina
for i=Nx
for j=Ny
k2predesquina
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
hw(:, :, k+1)=round(hw(:, :, k+1), 4);
uw(:, :, k+1)=round(uw(:, :, k+1), 4);
vw(:, :, k+1)=round(vw(:, :, k+1), 4);

%%% CORRECTOR PARA EL PASO DE TIEMPO K+1
%%%

contornovelocw
controlhw

%corrector para los puntos internos
for i=2:Nxip
for j=Nymd+1:Nymi
k2correctinterior
end
end
for i=Nxip

```

```

for j=Nymd
    k2correctinterior
end
end
for i=Nxip+1:Nx
    for j=2:Ny
        k2correctinterior
    end
end
%corrector para el contorno horizontalX
for i=Nxip+1:Nx
    for j=1
        k2correctcontornov
    end
end
for i=2:Nxip-1
    for j=Nymd
        k2correctcontornov
    end
end
%corrector para el contorno verticalY
for i=1
    for j=Nymd+1:Nymi
        k2correctcontornoh
    end
end
for i=Nxip
    for j=Nymi+1:Ny
        k2correctcontornoh
    end
end
for i=Nxip
    for j=2:Nymd-1
        k2correctcontornoh
    end
end
%corrector en la esquina
for i=1
    for j=Nymd
        k2correctesquina
    end
end
for i=Nxip
    for j=1
        k2correctesquina
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
h(:, :, k+2)=round(h(:, :, k+2), 4);
u(:, :, k+2)=round(u(:, :, k+2), 4);
v(:, :, k+2)=round(v(:, :, k+2), 4);
Sfx(:, :, k+1)=round(Sfx(:, :, k+1), 4);
Sfy(:, :, k+1)=round(Sfy(:, :, k+1), 4);
Sfxw(:, :, k+1)=round(Sfxw(:, :, k+1), 4);
Sfyw(:, :, k+1)=round(Sfyw(:, :, k+1), 4);

grafh(k+2)=max(max(h(:, :, k+2)));
grafu(k+2)=max(max(u(:, :, k+2)));
grafv(k+2)=max(max(v(:, :, k+2)));

c=(9.81*h(:, :, k+2)).^0.5;
max1=max(max(c+abs(u(:, :, k+2))));
max2=max(max(c+abs(v(:, :, k+2))));
dt=NCo*min(dx/max1, dy/max2);
if dt<dtmin && dt>0
    dt=dtmin
else
    end

grafdt(k+2)=dt;

%%% PREDICTOR PARA EL PASO DE TIEMPO K+2
%%%
contornoveloc
controlhmin
Disipadorhk2

%predictor para los puntos internos
for i=2:Nxip
    for j=Nymd:Nymi-1
        k3predinterior
    end
end
for i=Nxip
    for j=Nymi
        k3predinterior
    end
end
for i=Nxip+1:Nx
    for j=1:Ny-1
        k3predinterior
    end
end
%predictor para el contorno horizontalX
for i=2:Nxip-1
    for j=Nymi
        k3predcontornov
    end
end
for i=Nxip+1:Nx
    for j=Ny
        k3predcontornov
    end
end
%predictor para el contorno verticalY
for i=Nxip
    for j=1:Nymd-1
        k3predcontornoh
    end
end
for i=Nxip
    for j=Nymi+1:Ny-1
        k3predcontornoh
    end
end
for i=1
    for j=Nymd:Nymi-1
        k3predcontornoh
    end
end
%predictor en la esquina
for i=Nxip
    for j=Ny
        k3predesquina
    end
end
for i=1
    for j=Nymi
        k3predesquina
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
hw(:, :, k+2)=round(hw(:, :, k+2), 4);
uw(:, :, k+2)=round(uw(:, :, k+2), 4);
vw(:, :, k+2)=round(vw(:, :, k+2), 4);

%%% CORRECTOR PARA EL PASO DE TIEMPO K+2
%%%
contornovelocw
controlhw

%corrector para los puntos internos
for i=1:Nxip-1
    for j=Nymd+1:Nymi
        k3correctinterior
    end
end
for i=Nxip:Nx-1
    for j=2:Ny
        k3correctinterior
    end
end

```

```

%corrector para el contorno verticalY
for i=Nx
for j=2:Ny
k3correctcontornoh
end
end
%corrector para el contorno horizontalX
for i=Nxip:Nx-1
for j=1
k3correctcontornov
end
end
for i=1:Nxip-1
for j=Nymd
k3correctcontornov
end
end
%corrector en la esquina
for i=Nx
for j=1
k3correctesquina
end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
h(:, :, k+3)=round(h(:, :, k+3), 4);
u(:, :, k+3)=round(u(:, :, k+3), 4);
v(:, :, k+3)=round(v(:, :, k+3), 4);
Sfx(:, :, k+2)=round(Sfx(:, :, k+2), 4);
Sfy(:, :, k+2)=round(Sfy(:, :, k+2), 4);
Sfxw(:, :, k+2)=round(Sfxw(:, :, k+2), 4);
Sfyw(:, :, k+2)=round(Sfyw(:, :, k+2), 4);

grafh(k+3)=max(max(h(:, :, k+3)));
grafu(k+3)=max(max(u(:, :, k+3)));
grafv(k+3)=max(max(v(:, :, k+3)));

c=(9.81*h(:, :, k+2)).^0.5;
max1=max(max(c+abs(u(:, :, k+2))));
max2=max(max(c+abs(v(:, :, k+2))));
dt=NCo*min(dx/max1, dy/max2);
if dt<dtmin && dt>0
dt=dtmin
else
end

grafdt(k+3)=dt;

%%% PREDICTOR PARA EL PASO DE TIEMPO K+3
%%%
contornoveloc
controlhmin
Disipadorhk3

%predictor para los puntos internos
for i=1:Nxip-1
for j=Nymd+1:Nymi
k4predinterior
end
end
for i=Nxip:Nx-1
for j=2:Ny
k4predinterior
end
end

%predictor para el contorno verticalY
for i=Nx
for j=2:Ny
k4predcontornoh
end
end
%predictor para el contorno horizontalX
for i=Nxip:Nx-1
for j=1
k4predcontornov
end
end

end
for i=1:Nxip-1
for j=Nymd
k4predcontornov
end
end
%predictor en la esquina
for i=Nx
for j=1
k4predesquina
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
hw(:, :, k+3)=round(hw(:, :, k+3), 4);
uw(:, :, k+3)=round(uw(:, :, k+3), 4);
vw(:, :, k+3)=round(vw(:, :, k+3), 4);

%%% CORRECTOR PARA EL PASO DE TIEMPO K+3
%%%
contornoveloc
controlhw

%corrector para los puntos internos
for i=2:Nxip
for j=Nymd:Nymi-1
k4correctinterior
end
end
for i=Nxip
for j=Nymi
k4correctinterior
end
end
for i=Nxip+1:Nx
for j=1:Ny-1
k4correctinterior
end
end
%corrector para el contorno horizontalX
for i=2:Nxip-1
for j=Nymi
k4correctcontornov
end
end
for i=Nxip+1:Nx
for j=Ny
k4correctcontornov
end
end
%corrector para el contorno verticalY
for i=Nxip
for j=1:Nymd-1
k4correctcontornoh
end
end
for i=Nxip
for j=Nymi+1:Ny-1
k4correctcontornoh
end
end
for i=1
for j=Nymd:Nymi-1
k4correctcontornoh
end
end
%corrector en la esquina
for i=Nxip
for j=Ny
k4correctesquina
end
end
for i=1
for j=Nymi
k4correctesquina
end
end
end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
h(:, :, k+4)=round(h(:, :, k+4), 4);
u(:, :, k+4)=round(u(:, :, k+4), 4);
v(:, :, k+4)=round(v(:, :, k+4), 4);
Sfx(:, :, k+3)=round(Sfx(:, :, k+3), 4);
Sfy(:, :, k+3)=round(Sfy(:, :, k+3), 4);
Sfxw(:, :, k+3)=round(Sfxw(:, :, k+3), 4);
Sfyw(:, :, k+3)=round(Sfyw(:, :, k+3), 4);

grafh(k+4)=max(max(h(:, :, k+4)));
grafu(k+4)=max(max(u(:, :, k+4)));
grafv(k+4)=max(max(v(:, :, k+4)));

c=(9.81*h(:, :, k+4)).^0.5;
max1=max(max(c+abs(u(:, :, k+4))));
max2=max(max(c+abs(v(:, :, k+4))));
dt=NCo*min(dx/max1, dy/max2);
if dt<dtmin && dt>0
dt=dtmin;
else
end

grafdt(k+4)=dt;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
contornoveloc
controlhmin
Disipadorhk4

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
end
toc
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% d=4*Nt-3;
for d=1:4*Nt-3
surf(y,x,h(:, :, d)), colorbar;
caxis([hmin hini]);
title('Onda de flujo 2D sobre canal y
plataforma');
xlabel('y(m)'); ylabel('x(m)');
zlabel('h(m)');
daspect([20 20 1]);
axis([0 Ly 0 Lx 0 1.5*hini]);
view(100,60)
pause(0.1)
end

%Tipo salida gráfica u
%for d=1:4*Nt-3
% surf(y,x,u(:, :, d)), colorbar;
% title('Onda de flujo 2D sobre canal
y plataforma');
% xlabel('y(m)'); ylabel('x(m)');
zlabel('u(m/s)');
% view(100,60)
% pause(0.1)
% end

%Tipo salida h, u, v versus dt
% subplot(2,2,1);
% plot(grafh)
% xlim([1 d])
% ylim([0 1.5*hini])
% xlabel('K - Paso de tiempo')
% ylabel('h max (m)')
% grid minor
%
% subplot(2,2,2);
% plot(grafu)
% xlim([1 d])
% ylim([0 max(grafu)])
% xlabel('K - Paso de tiempo')
% ylabel('u max (m/s)')
% grid minor
%

```

```

% subplot(2,2,3);
% plot(grafv)
% xlim([1 d])
% ylim([0 max(grafv)])
% xlabel('K - Paso de tiempo')
% ylabel('v max (m/s)')
% grid minor
%
% subplot(2,2,4);
% plot(grafdt)
% xlim([1 d])
% xlabel('K - Paso de tiempo')
% ylabel('delta tiempo')
% grid minor

```

CONTORNOVELOC.m

```

%Control aguas arriba
u(1,Nymd:Nymi,:)=0;
v(1,Nymd:Nymi,:)=0;
%contorno esquinas velocidades
u(Nxip,1,:)=0;
u(Nxip,Ny,:)=0;
v(Nxip,1,:)=0;
v(Nxip,Ny,:)=0;

v(Nxip,Nymd,:)=0;
v(Nxip,Nymi,:)=0;
%contorno horizontalX velocidades
v(1:Nxip-1,Nymd,:)=0;
v(1:Nxip-1,Nymi,:)=0;

v(Nxip+1:Nx,1,:)=0;
v(Nxip+1:Nx,Ny,:)=0;
u(Nxip+1:Nx,1,:)=0;
u(Nxip+1:Nx,Ny,:)=0;

%contorno verticalY velocidades
u(Nxip,2:Nymd-1,:)=0;
u(Nxip,Nymi+1:Ny-1,:)=0;
v(Nxip,2:Nymd-1,:)=0;
v(Nxip,Nymi+1:Ny-1,:)=0;

```

CONTORNOVELOCW.m

```

%Control aguas arriba
uw(1,Nymd:Nymi,:)=0;
vw(1,Nymd:Nymi,:)=0;
%contorno esquinas velocidades
uw(Nxip,1,:)=0;
uw(Nxip,Ny,:)=0;
vw(Nxip,1,:)=0;
vw(Nxip,Ny,:)=0;

vw(Nxip,Nymd,:)=0;
vw(Nxip,Nymi,:)=0;
%contorno horizontalX velocidades
vw(1:Nxip-1,Nymd,:)=0;
vw(1:Nxip-1,Nymi,:)=0;

vw(Nxip+1:Nx,1,:)=0;
vw(Nxip+1:Nx,Ny,:)=0;
uw(Nxip+1:Nx,1,:)=0;
uw(Nxip+1:Nx,Ny,:)=0;

%contorno verticalY velocidades
uw(Nxip,2:Nymd-1,:)=0;
uw(Nxip,Nymi+1:Ny-1,:)=0;
vw(Nxip,2:Nymd-1,:)=0;
vw(Nxip,Nymi+1:Ny-1,:)=0;

```

CONTROLHMIN.m


```

if h(Nxip+1,Nymd:Nymi,:) <=hmin
h(h<hmin)=hmin;
u(h<hmin)=0;
v(h<hmin)=0;
else
h(h<=hmin)=hmin;
u(h<=hmin)=0;
v(h<=hmin)=0;
end

```

CONTROLHW.m

```

if hw(Nxip+1,Nymd:Nymi,:) <=hmin
hw(hw<*hmin)=hmin;
uw(hw<hmin)=0;
vw(hw<hmin)=0;
else
hw(hw<=hmin)=hmin;
uw(hw<=hmin)=0;
vw(hw<=hmin)=0;
end

```

DISIPADORHK1.m

```

newh=zeros(Nx,Ny);
for i=Nxip:Nxip+1
for j=Nymd:Nymi
Dxw=abs(h(i+1,j,k+1)-
2*h(i,j,k+1)+h(i-
1,j,k+1))/(abs(h(i+1,j,k+1))+abs(2*h(i,j,k
+1))+abs(h(i-1,j,k+1)));
Dxrw=abs(h(i+2,j,k+1)-
2*h(i+1,j,k+1)+h(i,j,k+1))/(abs(h(i+2,j,k+
1))+abs(2*h(i+1,j,k+1))+abs(h(i,j,k+1)));
Dxlw=abs(h(i,j,k+1)-2*h(i-
1,j,k+1)+h(i-
2,j,k+1))/(abs(h(i,j,k+1))+abs(2*h(i-
1,j,k+1))+abs(h(i-2,j,k+1)));
Dyw=abs(h(i,j+1,k+1)-
2*h(i,j,k+1)+h(i,j-
1,k+1))/(abs(h(i,j+1,k+1))+abs(2*h(i,j,k+1
))+abs(h(i,j-1,k+1)));
Dyrw=abs(h(i,j+2,k+1)-
2*h(i,j+1,k+1)+h(i,j,k+1))/(abs(h(i,j+2,k+
1))+abs(2*h(i,j+1,k+1))+abs(h(i,j,k+1)));
Dylw=abs(h(i,j,k+1)-2*h(i,j-
1,k+1)+h(i,j-
2,k+1))/(abs(h(i,j,k+1))+abs(2*h(i,j-
1,k+1))+abs(h(i,j-2,k+1)));
newh(i,j,k+1)=h(i,j,k+1)+kd*(0.5*(h(i+1,j,
k+1)+h(i,j,k+1))/dx)*max(Dxw,Dxrw)*(h(i+1,
j,k+1)-h(i,j,k+1))-
kd*(0.5*(h(i,j,k+1)+h(i-
1,j,k+1))/dx)*max(Dxw,Dxlw)*(h(i,j,k+1)-
h(i-
1,j,k+1))+kd*(0.5*(h(i,j+1,k+1)+h(i,j,k+1)
)/dy)*max(Dyw,Dyrw)*(h(i,j+1,k+1)-
h(i,j,k+1))-kd*(0.5*(h(i,j,k+1)+h(i,j-
1,k+1))/dy)*max(Dyw,Dylw)*(h(i,j,k+1)-
h(i,j-1,k+1));
end
end
for i=Nxip+2:Nx-2
for j=3:Ny-2
Dxw=abs(h(i+1,j,k+1)-
2*h(i,j,k+1)+h(i-
1,j,k+1))/(abs(h(i+1,j,k+1))+abs(2*h(i,j,k
+1))+abs(h(i-1,j,k+1)));
Dxrw=abs(h(i+2,j,k+1)-
2*h(i+1,j,k+1)+h(i,j,k+1))/(abs(h(i+2,j,k+
1))+abs(2*h(i+1,j,k+1))+abs(h(i,j,k+1)));
Dxlw=abs(h(i,j,k+1)-2*h(i-
1,j,k+1)+h(i-

```

```

2,j,k+1))/(abs(h(i,j,k+1))+abs(2*h(i-
1,j,k+1))+abs(h(i-2,j,k+1)));
Dyw=abs(h(i,j+1,k+1)-
2*h(i,j,k+1)+h(i,j-
1,k+1))/(abs(h(i,j+1,k+1))+abs(2*h(i,j,k+1
))+abs(h(i,j-1,k+1)));
Dyrw=abs(h(i,j+2,k+1)-
2*h(i,j+1,k+1)+h(i,j,k+1))/(abs(h(i,j+2,k+
1))+abs(2*h(i,j+1,k+1))+abs(h(i,j,k+1)));
Dylw=abs(h(i,j,k+1)-2*h(i,j-
1,k+1)+h(i,j-
2,k+1))/(abs(h(i,j,k+1))+abs(2*h(i,j-
1,k+1))+abs(h(i,j-2,k+1)));

```

```

newh(i,j,k+1)=h(i,j,k+1)+kd*(0.5*(h(i+1,j,
k+1)+h(i,j,k+1))/dx)*max(Dxw,Dxrw)*(h(i+1,
j,k+1)-h(i,j,k+1))-
kd*(0.5*(h(i,j,k+1)+h(i-
1,j,k+1))/dx)*max(Dxw,Dxlw)*(h(i,j,k+1)-
h(i-
1,j,k+1))+kd*(0.5*(h(i,j+1,k+1)+h(i,j,k+1)
)/dy)*max(Dyw,Dyrw)*(h(i,j+1,k+1)-
h(i,j,k+1))-kd*(0.5*(h(i,j,k+1)+h(i,j-
1,k+1))/dy)*max(Dyw,Dylw)*(h(i,j,k+1)-
h(i,j-1,k+1));
end

```

```

end
for i=Nxip:Nxip+1
for j=Nymd:Nymi
h(i,j,k+1)=newh(i,j,k+1);
end
end
for i=Nxip+2:Nx-2
for j=3:Ny-2
h(i,j,k+1)=newh(i,j,k+1);
end
end

```

DISIPADORHK2.m

```

newh=zeros(Nx,Ny);
for i=Nxip:Nxip+1
for j=Nymd:Nymi
Dxw=abs(h(i+1,j,k+2)-
2*h(i,j,k+2)+h(i-
1,j,k+2))/(abs(h(i+1,j,k+2))+abs(2*h(i,j,k
+2))+abs(h(i-1,j,k+2)));
Dxrw=abs(h(i+2,j,k+2)-
2*h(i+1,j,k+2)+h(i,j,k+2))/(abs(h(i+2,j,k+
2))+abs(2*h(i+1,j,k+2))+abs(h(i,j,k+2)));
Dxlw=abs(h(i,j,k+2)-2*h(i-
1,j,k+2)+h(i-
2,j,k+2))/(abs(h(i,j,k+2))+abs(2*h(i-
1,j,k+2))+abs(h(i-2,j,k+2)));
Dyw=abs(h(i,j+1,k+2)-
2*h(i,j,k+2)+h(i,j-
1,k+2))/(abs(h(i,j+1,k+2))+abs(2*h(i,j,k+2
))+abs(h(i,j-1,k+2)));
Dyrw=abs(h(i,j+2,k+2)-
2*h(i,j+1,k+2)+h(i,j,k+2))/(abs(h(i,j+2,k+
2))+abs(2*h(i,j+1,k+2))+abs(h(i,j,k+2)));
Dylw=abs(h(i,j,k+2)-2*h(i,j-
1,k+2)+h(i,j-
2,k+2))/(abs(h(i,j,k+2))+abs(2*h(i,j-
1,k+2))+abs(h(i,j-2,k+2)));
newh(i,j,k+2)=h(i,j,k+2)+kd*(0.5*(h(i+1,j,
k+2)+h(i,j,k+2))/dx)*max(Dxw,Dxrw)*(h(i+1,
j,k+2)-h(i,j,k+2))-
kd*(0.5*(h(i,j,k+2)+h(i-
1,j,k+2))/dx)*max(Dxw,Dxlw)*(h(i,j,k+2)-
h(i-
1,j,k+2))+kd*(0.5*(h(i,j+1,k+2)+h(i,j,k+2)
)/dy)*max(Dyw,Dyrw)*(h(i,j+1,k+2)-
h(i,j,k+2))-kd*(0.5*(h(i,j,k+2)+h(i,j-

```

```

1, k+2) / dy) * max(Dyw, Dylw) * (h(i, j, k+2) -
h(i, j-1, k+2));
    end
end
for i=Nxip+2:Nx-2
    for j=3:Ny-2
        Dxw=abs(h(i+1, j, k+2) -
2*h(i, j, k+2) + h(i-
1, j, k+2)) / (abs(h(i+1, j, k+2)) + abs(2*h(i, j, k+
2)) + abs(h(i-1, j, k+2))));
        Dxrw=abs(h(i+2, j, k+2) -
2*h(i+1, j, k+2) + h(i, j, k+2)) / (abs(h(i+2, j, k+
2)) + abs(2*h(i+1, j, k+2)) + abs(h(i, j, k+2))));
        Dxlw=abs(h(i, j, k+2) - 2*h(i-
1, j, k+2) + h(i-
2, j, k+2)) / (abs(h(i, j, k+2)) + abs(2*h(i-
1, j, k+2)) + abs(h(i-2, j, k+2))));
        Dyw=abs(h(i, j+1, k+2) -
2*h(i, j, k+2) + h(i, j-
1, k+2)) / (abs(h(i, j+1, k+2)) + abs(2*h(i, j, k+2)
)) + abs(h(i, j-1, k+2))));
        Dyrw=abs(h(i, j+2, k+2) -
2*h(i, j+1, k+2) + h(i, j, k+2)) / (abs(h(i, j+2, k+
2)) + abs(2*h(i, j+1, k+2)) + abs(h(i, j, k+2))));
        Dylw=abs(h(i, j, k+2) - 2*h(i, j-
1, k+2) + h(i, j-
2, k+2)) / (abs(h(i, j, k+2)) + abs(2*h(i, j-
1, k+2)) + abs(h(i, j-2, k+2))));

newh(i, j, k+2) = h(i, j, k+2) + kd * (0.5 * (h(i+1, j,
k+2) + h(i, j, k+2)) / dx) * max(Dxw, Dxrw) * (h(i+1,
j, k+2) - h(i, j, k+2)) -
kd * (0.5 * (h(i, j, k+2) + h(i-
1, j, k+2)) / dx) * max(Dxw, Dxlw) * (h(i, j, k+2) -
h(i-
1, j, k+2)) + kd * (0.5 * (h(i, j+1, k+2) + h(i, j, k+2)
) / dy) * max(Dyw, Dyrw) * (h(i, j+1, k+2) -
h(i, j, k+2)) - kd * (0.5 * (h(i, j, k+2) + h(i, j-
1, k+2)) / dy) * max(Dyw, Dylw) * (h(i, j, k+2) -
h(i, j-1, k+2)));
    end
end
for i=Nxip:Nxip+1
    for j=Nymd:Nymi
        h(i, j, k+2) = newh(i, j, k+2);
    end
end
for i=Nxip+2:Nx-2
    for j=3:Ny-2
        h(i, j, k+2) = newh(i, j, k+2);
    end
end

```

DISIPADORHK3.m

```

newh=zeros(Nx, Ny);
for i=Nxip:Nxip+1
    for j=Nymd:Nymi
        Dxw=abs(h(i+1, j, k+3) -
2*h(i, j, k+3) + h(i-
1, j, k+3)) / (abs(h(i+1, j, k+3)) + abs(2*h(i, j, k+
3)) + abs(h(i-1, j, k+3))));
        Dxrw=abs(h(i+2, j, k+3) -
2*h(i+1, j, k+3) + h(i, j, k+3)) / (abs(h(i+2, j, k+
3)) + abs(2*h(i+1, j, k+3)) + abs(h(i, j, k+3))));
        Dxlw=abs(h(i, j, k+3) - 2*h(i-
1, j, k+3) + h(i-
2, j, k+3)) / (abs(h(i, j, k+3)) + abs(2*h(i-
1, j, k+3)) + abs(h(i-2, j, k+3))));
        Dyw=abs(h(i, j+1, k+3) -
2*h(i, j, k+3) + h(i, j-
1, k+3)) / (abs(h(i, j+1, k+3)) + abs(2*h(i, j, k+3)
)) + abs(h(i, j-1, k+3))));
        Dyrw=abs(h(i, j+2, k+3) -
2*h(i, j+1, k+3) + h(i, j, k+3)) / (abs(h(i, j+2, k+
3)) + abs(2*h(i, j+1, k+3)) + abs(h(i, j, k+3))));

```

```

        Dylw=abs(h(i, j, k+3) - 2*h(i, j-
1, k+3) + h(i, j-
2, k+3)) / (abs(h(i, j, k+3)) + abs(2*h(i, j-
1, k+3)) + abs(h(i, j-2, k+3))));

newh(i, j, k+3) = h(i, j, k+3) + kd * (0.5 * (h(i+1, j,
k+3) + h(i, j, k+3)) / dx) * max(Dxw, Dxrw) * (h(i+1,
j, k+3) - h(i, j, k+3)) -
kd * (0.5 * (h(i, j, k+3) + h(i-
1, j, k+3)) / dx) * max(Dxw, Dxlw) * (h(i, j, k+3) -
h(i-
1, j, k+3)) + kd * (0.5 * (h(i, j+1, k+3) + h(i, j, k+3)
) / dy) * max(Dyw, Dyrw) * (h(i, j+1, k+3) -
h(i, j, k+3)) - kd * (0.5 * (h(i, j, k+3) + h(i, j-
1, k+3)) / dy) * max(Dyw, Dylw) * (h(i, j, k+3) -
h(i, j-1, k+3)));
    end
end
for i=Nxip+2:Nx-2
    for j=3:Ny-2
        Dxw=abs(h(i+1, j, k+3) -
2*h(i, j, k+3) + h(i-
1, j, k+3)) / (abs(h(i+1, j, k+3)) + abs(2*h(i, j, k+
3)) + abs(h(i-1, j, k+3))));
        Dxrw=abs(h(i+2, j, k+3) -
2*h(i+1, j, k+3) + h(i, j, k+3)) / (abs(h(i+2, j, k+
3)) + abs(2*h(i+1, j, k+3)) + abs(h(i, j, k+3))));
        Dxlw=abs(h(i, j, k+3) - 2*h(i-
1, j, k+3) + h(i-
2, j, k+3)) / (abs(h(i, j, k+3)) + abs(2*h(i-
1, j, k+3)) + abs(h(i-2, j, k+3))));
        Dyw=abs(h(i, j+1, k+3) -
2*h(i, j, k+3) + h(i, j-
1, k+3)) / (abs(h(i, j+1, k+3)) + abs(2*h(i, j, k+3)
)) + abs(h(i, j-1, k+3))));
        Dyrw=abs(h(i, j+2, k+3) -
2*h(i, j+1, k+3) + h(i, j, k+3)) / (abs(h(i, j+2, k+
3)) + abs(2*h(i, j+1, k+3)) + abs(h(i, j, k+3))));
        Dylw=abs(h(i, j, k+3) - 2*h(i, j-
1, k+3) + h(i, j-
2, k+3)) / (abs(h(i, j, k+3)) + abs(2*h(i, j-
1, k+3)) + abs(h(i, j-2, k+3))));

newh(i, j, k+3) = h(i, j, k+3) + kd * (0.5 * (h(i+1, j,
k+3) + h(i, j, k+3)) / dx) * max(Dxw, Dxrw) * (h(i+1,
j, k+3) - h(i, j, k+3)) -
kd * (0.5 * (h(i, j, k+3) + h(i-
1, j, k+3)) / dx) * max(Dxw, Dxlw) * (h(i, j, k+3) -
h(i-
1, j, k+3)) + kd * (0.5 * (h(i, j+1, k+3) + h(i, j, k+3)
) / dy) * max(Dyw, Dyrw) * (h(i, j+1, k+3) -
h(i, j, k+3)) - kd * (0.5 * (h(i, j, k+3) + h(i, j-
1, k+3)) / dy) * max(Dyw, Dylw) * (h(i, j, k+3) -
h(i, j-1, k+3)));
    end
end

```

DISIPADORHK4.m

```

newh=zeros(Nx, Ny);
for i=Nxip:Nxip+1
    for j=Nymd:Nymi
        Dxw=abs(h(i+1, j, k+4) -
2*h(i, j, k+4) + h(i-

```

```

1, j, k+4) / (abs(h(i+1, j, k+4)) + abs(2*h(i, j, k
+4)) + abs(h(i-1, j, k+4)));
    Dxrw=abs(h(i+2, j, k+4) -
2*h(i+1, j, k+4) + h(i, j, k+4)) / (abs(h(i+2, j, k+
4)) + abs(2*h(i+1, j, k+4)) + abs(h(i, j, k+4)));
    Dxlw=abs(h(i, j, k+4) - 2*h(i-
1, j, k+4) + h(i-
2, j, k+4)) / (abs(h(i, j, k+4)) + abs(2*h(i-
1, j, k+4)) + abs(h(i-2, j, k+4)));
    Dyw=abs(h(i, j+1, k+4) -
2*h(i, j, k+4) + h(i, j-
1, k+4)) / (abs(h(i, j+1, k+4)) + abs(2*h(i, j, k+4)
)) + abs(h(i, j-1, k+4)));
    Dyrw=abs(h(i, j+2, k+4) -
2*h(i, j+1, k+4) + h(i, j, k+4)) / (abs(h(i, j+2, k+
4)) + abs(2*h(i, j+1, k+4)) + abs(h(i, j, k+4)));
    Dylw=abs(h(i, j, k+4) - 2*h(i, j-
1, k+4) + h(i, j-
2, k+4)) / (abs(h(i, j, k+4)) + abs(2*h(i, j-
1, k+4)) + abs(h(i, j-2, k+4)));

newh(i, j, k+4) = h(i, j, k+4) + kd* (0.5* (h(i+1, j,
k+4) + h(i, j, k+4)) / dx) * max(Dxw, Dxrw) * (h(i+1,
j, k+4) - h(i, j, k+4)) -
kd* (0.5* (h(i, j, k+4) + h(i-
1, j, k+4)) / dx) * max(Dxw, Dxlw) * (h(i, j, k+4) -
h(i-
1, j, k+4)) + kd* (0.5* (h(i, j+1, k+4) + h(i, j, k+4)
) / dy) * max(Dyw, Dyrw) * (h(i, j+1, k+4) -
h(i, j, k+4)) - kd* (0.5* (h(i, j, k+4) + h(i, j-
1, k+4)) / dy) * max(Dyw, Dylw) * (h(i, j, k+4) -
h(i, j-1, k+4));
    end
end
for i=Nxip+2:Nx-2
    for j=3:Ny-2
        Dxw=abs(h(i+1, j, k+4) -
2*h(i, j, k+4) + h(i-
1, j, k+4)) / (abs(h(i+1, j, k+4)) + abs(2*h(i, j, k
+4)) + abs(h(i-1, j, k+4)));
        Dxrw=abs(h(i+2, j, k+4) -
2*h(i+1, j, k+4) + h(i, j, k+4)) / (abs(h(i+2, j, k+
4)) + abs(2*h(i+1, j, k+4)) + abs(h(i, j, k+4)));
        Dxlw=abs(h(i, j, k+4) - 2*h(i-1, j, k+4) + h(i-
2, j, k+4)) / (abs(h(i, j, k+4)) + abs(2*h(i-
1, j, k+4)) + abs(h(i-2, j, k+4)));
        Dyw=abs(h(i, j+1, k+4) - 2*h(i, j, k+4) + h(i, j-
1, k+4)) / (abs(h(i, j+1, k+4)) + abs(2*h(i, j, k+4)
)) + abs(h(i, j-1, k+4)));
        Dyrw=abs(h(i, j+2, k+4) -
2*h(i, j+1, k+4) + h(i, j, k+4)) / (abs(h(i, j+2, k+
4)) + abs(2*h(i, j+1, k+4)) + abs(h(i, j, k+4)));
        Dylw=abs(h(i, j, k+4) - 2*h(i, j-1, k+4) + h(i, j-
2, k+4)) / (abs(h(i, j, k+4)) + abs(2*h(i, j-
1, k+4)) + abs(h(i, j-2, k+4)));

newh(i, j, k+4) = h(i, j, k+4) + kd* (0.5* (h(i+1, j,
k+4) + h(i, j, k+4)) / dx) * max(Dxw, Dxrw) * (h(i+1,
j, k+4) - h(i, j, k+4)) -
kd* (0.5* (h(i, j, k+4) + h(i-
1, j, k+4)) / dx) * max(Dxw, Dxlw) * (h(i, j, k+4) -
h(i-
1, j, k+4)) + kd* (0.5* (h(i, j+1, k+4) + h(i, j, k+4)
) / dy) * max(Dyw, Dyrw) * (h(i, j+1, k+4) -
h(i, j, k+4)) - kd* (0.5* (h(i, j, k+4) + h(i, j-
1, k+4)) / dy) * max(Dyw, Dylw) * (h(i, j, k+4) -
h(i, j-1, k+4));
    end
end
for i=Nxip:Nxip+1
    for j=Nymd:Nymi
        h(i, j, k+4) = newh(i, j, k+4);
    end
end
for i=Nxip+2:Nx-2
    for j=3:Ny-2

```

```

h(i, j, k+4) = newh(i, j, k+4);
    end
end

```

K1CORRECTCONTORNOH.M

```

%corrector contorno horizontal (K=1)
Sfxw(i, j, k) = (nx(i, j)^2) * uw(i, j, k) * ((uw(i
, j, k) * uw(i, j, k)) + (vw(i, j, k) * vw(i, j, k))) ^0.
5) / ((hw(i, j, k) ^ (4/3)) + (3*alfa*viscx*uw(i
, j, k) / (dens*(hw(i, j, k) ^ 2)));
Sfyw(i, j, k) = (ny(i, j)^2) * vw(i, j, k) * ((uw(i
, j, k) * uw(i, j, k)) + (vw(i, j, k) * vw(i, j, k))) ^0.
5) / ((hw(i, j, k) ^ (4/3)) + (3*alfa*viscy*vw(i
, j, k) / (dens*(hw(i, j, k) ^ 2)));
h(i, j, k+1) = 0.5 * [h(i, j, k) + hw(i, j, k) -
(dt/dx) * [-uw(i-1, j, k) * hw(i-1, j, k) -
uw(i, j, k) * hw(i, j, k)] -
(dt/dy) * [vw(i, j+1, k) * hw(i, j+1, k) -
vw(i, j, k) * hw(i, j, k)]];
u(i, j, k+1) = 0.5 * [u(i, j, k) * h(i, j, k) + uw(i, j, k
) * hw(i, j, k) - (dt/dx) * [(uw(i-1, j, k) * uw(i-
1, j, k) * hw(i-1, j, k) + 0.5*9.81*hw(i-
1, j, k) * hw(i-1, j, k)) -
(uw(i, j, k) * uw(i, j, k) * hw(i, j, k) + 0.5*9.81*hw
(i, j, k) * hw(i, j, k))] -
(dt/dy) * [uw(i, j+1, k) * vw(i, j+1, k) * hw(i, j+1,
k) -
uw(i, j, k) * vw(i, j, k) * hw(i, j, k)] + dt*9.81*hw(
i, j, k) * (Sox(i, j) - Sfxw(i, j, k))] / h(i, j, k+1);
v(i, j, k+1) = 0.5 * [v(i, j, k) * h(i, j, k) + vw(i, j, k
) * hw(i, j, k) - (dt/dx) * [-uw(i-1, j, k) * vw(i-
1, j, k) * hw(i-1, j, k) -
uw(i, j, k) * vw(i, j, k) * hw(i, j, k)] -
(dt/dy) * [(vw(i, j+1, k) * vw(i, j+1, k) * hw(i, j+1
, k) + 0.5*9.81*hw(i, j+1, k) * hw(i, j+1, k)) -
(vw(i, j, k) * vw(i, j, k) * hw(i, j, k) + 0.5*9.81*hw
(i, j, k) * hw(i, j, k))] + dt*9.81*hw(i, j, k) * (Soy
(i, j) - Sfyw(i, j, k))] / h(i, j, k+1);

```

K1CORRECTCONTORNOV.M

```

%corrector contorno vertical (K=1)
Sfxw(i, j, k) = (nx(i, j)^2) * uw(i, j, k) * ((uw(i
, j, k) * uw(i, j, k)) + (vw(i, j, k) * vw(i, j, k))) ^0.
5) / ((hw(i, j, k) ^ (4/3)) + (3*alfa*viscx*uw(i
, j, k) / (dens*(hw(i, j, k) ^ 2)));
Sfyw(i, j, k) = (ny(i, j)^2) * vw(i, j, k) * ((uw(i
, j, k) * uw(i, j, k)) + (vw(i, j, k) * vw(i, j, k))) ^0.
5) / ((hw(i, j, k) ^ (4/3)) + (3*alfa*viscy*vw(i
, j, k) / (dens*(hw(i, j, k) ^ 2)));
h(i, j, k+1) = 0.5 * [h(i, j, k) + hw(i, j, k) -
(dt/dx) * [uw(i+1, j, k) * hw(i+1, j, k) -
uw(i, j, k) * hw(i, j, k)] - (dt/dy) * [-vw(i, j-
1, k) * hw(i, j-1, k) - vw(i, j, k) * hw(i, j, k)]];
u(i, j, k+1) = 0.5 * [u(i, j, k) * h(i, j, k) + uw(i, j, k
) * hw(i, j, k) -
(dt/dx) * [(uw(i+1, j, k) * uw(i+1, j, k) * hw(i+1, j
, k) + 0.5*9.81*hw(i+1, j, k) * hw(i+1, j, k)) -
(uw(i, j, k) * uw(i, j, k) * hw(i, j, k) + 0.5*9.81*hw
(i, j, k) * hw(i, j, k))] - (dt/dy) * [-uw(i, j-
1, k) * vw(i, j-1, k) * hw(i, j-1, k) -
uw(i, j, k) * vw(i, j, k) * hw(i, j, k)] + dt*9.81*hw(
i, j, k) * (Sox(i, j) - Sfxw(i, j, k))] / h(i, j, k+1);
v(i, j, k+1) = 0.5 * [v(i, j, k) * h(i, j, k) + vw(i, j, k
) * hw(i, j, k) -
(dt/dx) * [uw(i+1, j, k) * vw(i+1, j, k) * hw(i+1, j,
k) - uw(i, j, k) * vw(i, j, k) * hw(i, j, k)] -
(dt/dy) * [(vw(i, j-1, k) * vw(i, j-1, k) * hw(i, j-
1, k) + 0.5*9.81*hw(i, j-1, k) * hw(i, j-1, k)) -
(vw(i, j, k) * vw(i, j, k) * hw(i, j, k) + 0.5*9.81*hw
(i, j, k) * hw(i, j, k))] + dt*9.81*hw(i, j, k) * (Soy
(i, j) - Sfyw(i, j, k))] / h(i, j, k+1);

```

K1CORRECTESQUINA.M

```
%corrector en la esquina (K=1)
Sfxw(i,j,k)=(nx(i,j)^2)*uw(i,j,k)*(((uw(i,j,k)*uw(i,j,k))+
(vw(i,j,k)*vw(i,j,k)))^0.5)/((hw(i,j,k))^(4/3))+
(3*alfa*viscx*uw(i,j,k)/(dens*(hw(i,j,k))^2));
Sfyw(i,j,k)=(ny(i,j)^2)*vw(i,j,k)*(((uw(i,j,k)*uw(i,j,k))+
(vw(i,j,k)*vw(i,j,k)))^0.5)/((hw(i,j,k))^(4/3))+
(3*alfa*viscy*vw(i,j,k)/(dens*(hw(i,j,k))^2));
h(i,j,k+1)=0.5*[h(i,j,k)+hw(i,j,k)-(dt/dx)*[-uw(i-1,j,k)*hw(i-1,j,k)-uw(i,j,k)*hw(i,j,k)-(dt/dy)*[-vw(i,j-1,k)*hw(i,j-1,k)-vw(i,j,k)*hw(i,j,k)]];
u(i,j,k+1)=0.5*[u(i,j,k)*h(i,j,k)+uw(i,j,k)*hw(i,j,k)-(dt/dx)*[u(i-1,j,k)*uw(i-1,j,k)*hw(i-1,j,k)+0.5*9.81*hw(i-1,j,k)*hw(i-1,j,k)]-(uw(i,j,k)*uw(i,j,k)*hw(i,j,k)+0.5*9.81*hw(i,j,k)*hw(i,j,k)]-(dt/dy)*[-uw(i,j-1,k)*vw(i,j-1,k)*hw(i,j-1,k)-uw(i,j,k)*vw(i,j,k)*hw(i,j,k)]+dt*9.81*hw(i,j,k)*(Sox(i,j)-Sfxw(i,j,k)]/h(i,j,k+1);
v(i,j,k+1)=0.5*[v(i,j,k)*h(i,j,k)+vw(i,j,k)*hw(i,j,k)-(dt/dx)*[-uw(i-1,j,k)*vw(i-1,j,k)*hw(i-1,j,k)-uw(i,j,k)*vw(i,j,k)*hw(i,j,k)]-(dt/dy)*[(vw(i,j-1,k)*vw(i,j-1,k)*hw(i,j-1,k)-vw(i,j,k)*vw(i,j,k)*hw(i,j,k)+0.5*9.81*hw(i,j,k)*hw(i,j,k)]+dt*9.81*hw(i,j,k)*(Soy(i,j)-Sfyw(i,j,k)]/h(i,j,k+1);
```

K1CORRECTINTERIOR.M

```
%corrector puntos internos (K=1)
Sfxw(i,j,k)=(nx(i,j)^2)*uw(i,j,k)*(((uw(i,j,k)*uw(i,j,k))+
(vw(i,j,k)*vw(i,j,k)))^0.5)/((hw(i,j,k))^(4/3))+
(3*alfa*viscx*uw(i,j,k)/(dens*(hw(i,j,k))^2));
Sfyw(i,j,k)=(ny(i,j)^2)*vw(i,j,k)*(((uw(i,j,k)*uw(i,j,k))+
(vw(i,j,k)*vw(i,j,k)))^0.5)/((hw(i,j,k))^(4/3))+
(3*alfa*viscy*vw(i,j,k)/(dens*(hw(i,j,k))^2));
h(i,j,k+1)=0.5*[h(i,j,k)+hw(i,j,k)-(dt/dx)*[uw(i+1,j,k)*hw(i+1,j,k)-uw(i,j,k)*hw(i,j,k)]-(dt/dy)*[vw(i,j+1,k)*hw(i,j+1,k)-vw(i,j,k)*hw(i,j,k)]];
u(i,j,k+1)=0.5*[u(i,j,k)*h(i,j,k)+uw(i,j,k)*hw(i,j,k)-(dt/dx)*[u(i+1,j,k)*uw(i+1,j,k)*hw(i+1,j,k)+0.5*9.81*hw(i+1,j,k)*hw(i+1,j,k)]-(uw(i,j,k)*uw(i,j,k)*hw(i,j,k)+0.5*9.81*hw(i,j,k)*hw(i,j,k)]-(dt/dy)*[uw(i,j+1,k)*vw(i,j+1,k)*hw(i,j+1,k)-uw(i,j,k)*vw(i,j,k)*hw(i,j,k)]+dt*9.81*hw(i,j,k)*(Sox(i,j)-Sfxw(i,j,k)]/h(i,j,k+1);
v(i,j,k+1)=0.5*[v(i,j,k)*h(i,j,k)+vw(i,j,k)*hw(i,j,k)-(dt/dx)*[uw(i+1,j,k)*vw(i+1,j,k)*hw(i+1,j,k)-uw(i,j,k)*vw(i,j,k)*hw(i,j,k)]-(dt/dy)*[(vw(i,j+1,k)*vw(i,j+1,k)*hw(i,j+1,k)+0.5*9.81*hw(i,j+1,k)*hw(i,j+1,k)]-(vw(i,j,k)*vw(i,j,k)*hw(i,j,k)+0.5*9.81*hw(i,j,k)*hw(i,j,k)]+dt*9.81*hw(i,j,k)*(Soy(i,j)-Sfyw(i,j,k)]/h(i,j,k+1);
```

K1PREDCONTORNOH.M

```
%predictor puntos contorno horizontal (k=1)
Sfx(i,j,k)=(nx(i,j)^2)*u(i,j,k)*(((u(i,j,k)*u(i,j,k))+
(v(i,j,k)*v(i,j,k)))^0.5)/((h(i,j,k))^(4/3))+
(3*alfa*viscx*u(i,j,k)/(dens*(h(i,j,k))^2));
Sfy(i,j,k)=(ny(i,j)^2)*v(i,j,k)*(((u(i,j,k)*u(i,j,k))+
(v(i,j,k)*v(i,j,k)))^0.5)/((h(i,j,k))^(4/3))+
(3*alfa*viscy*v(i,j,k)/(dens*(h(i,j,k))^2));
hw(i,j,k)=h(i,j,k)-(dt/dx)*[u(i,j,k)*h(i,j,k)+u(i+1,j,k)*h(i+1,j,k)]-(dt/dy)*[v(i,j,k)*h(i,j,k)-v(i,j-1,k)*h(i,j-1,k)];
uw(i,j,k)=[u(i,j,k)*h(i,j,k)-(dt/dx)*[u(i,j,k)*u(i,j,k)*h(i,j,k)+0.5*9.81*hw(i,j,k)*h(i,j,k)]-(u(i+1,j,k)*u(i+1,j,k)*h(i+1,j,k)+0.5*9.81*hw(i+1,j,k)*h(i+1,j,k)]-(dt/dy)*[u(i,j,k)*v(i,j,k)*h(i,j,k)-u(i,j-1,k)*v(i,j-1,k)*h(i,j-1,k)]+dt*9.81*hw(i,j,k)*(Sox(i,j)-Sfx(i,j,k)]/hw(i,j,k);
vw(i,j,k)=[v(i,j,k)*h(i,j,k)-(dt/dx)*[u(i,j,k)*v(i,j,k)*h(i,j,k)+u(i+1,j,k)*v(i+1,j,k)*h(i+1,j,k)]-(dt/dy)*[(v(i,j,k)*v(i,j,k)*h(i,j,k)+0.5*9.81*hw(i,j,k)*h(i,j,k)]-(v(i,j-1,k)*v(i,j-1,k)*h(i,j-1,k)+0.5*9.81*hw(i,j-1,k)*h(i,j-1,k)]+dt*9.81*hw(i,j,k)*(Soy(i,j)-Sfy(i,j,k)]/hw(i,j,k);
```

K1PREDCONTORNOV.M

```
%predictor puntos contorno vertical (k=1)
Sfx(i,j,k)=(nx(i,j)^2)*u(i,j,k)*(((u(i,j,k)*u(i,j,k))+
(v(i,j,k)*v(i,j,k)))^0.5)/((h(i,j,k))^(4/3))+
(3*alfa*viscx*u(i,j,k)/(dens*(h(i,j,k))^2));
Sfy(i,j,k)=(ny(i,j)^2)*v(i,j,k)*(((u(i,j,k)*u(i,j,k))+
(v(i,j,k)*v(i,j,k)))^0.5)/((h(i,j,k))^(4/3))+
(3*alfa*viscy*v(i,j,k)/(dens*(h(i,j,k))^2));
hw(i,j,k)=h(i,j,k)-(dt/dx)*[u(i,j,k)*h(i,j,k)-u(i-1,j,k)*h(i-1,j,k)]-(dt/dy)*[v(i,j,k)*h(i,j,k)+v(i,j+1,k)*h(i,j+1,k)];
uw(i,j,k)=[u(i,j,k)*h(i,j,k)-(dt/dx)*[u(i,j,k)*u(i,j,k)*h(i,j,k)+0.5*9.81*hw(i,j,k)*h(i,j,k)]-(u(i-1,j,k)*u(i-1,j,k)*h(i-1,j,k)+0.5*9.81*hw(i-1,j,k)*h(i-1,j,k)]-(dt/dy)*[u(i,j,k)*v(i,j,k)*h(i,j,k)+u(i,j+1,k)*v(i,j+1,k)*h(i,j+1,k)]+dt*9.81*hw(i,j,k)*(Sox(i,j)-Sfx(i,j,k)]/hw(i,j,k);
vw(i,j,k)=[v(i,j,k)*h(i,j,k)-(dt/dx)*[u(i,j,k)*v(i,j,k)*h(i,j,k)-u(i-1,j,k)*v(i-1,j,k)*h(i-1,j,k)]-(dt/dy)*[(v(i,j,k)*v(i,j,k)*h(i,j,k)+0.5*9.81*hw(i,j,k)*h(i,j,k)]-(v(i,j+1,k)*v(i,j+1,k)*h(i,j+1,k)+0.5*9.81*hw(i,j+1,k)*h(i,j+1,k)]+dt*9.81*hw(i,j,k)*(Soy(i,j)-Sfy(i,j,k)]/hw(i,j,k);
```

K1PREDESQUINA.M

```
%predictor puntos esquina (K=1)
Sfx(i,j,k)=(nx(i,j)^2)*u(i,j,k)*(((u(i,j,k)*u(i,j,k))+
(v(i,j,k)*v(i,j,k)))^0.5)/((h(i,j,k))^(4/3))+
(3*alfa*viscx*u(i,j,k)/(dens*(h(i,j,k))^2));
```

```

Sfy(i,j,k)=(ny(i,j)^2)*v(i,j,k)*(((u(i,j,
k)*u(i,j,k))+v(i,j,k)*v(i,j,k))^0.5)/((h
(i,j,k)^(4/3)))+(3*alfa*viscy*v(i,j,k)/(d
ens*(h(i,j,k)^2));
hw(i,j,k)=h(i,j,k)-
(dt/dx)*[u(i,j,k)*h(i,j,k)+u(i+1,j,k)*h(i+
1,j,k)]-
(dt/dy)*[v(i,j,k)*h(i,j,k)+v(i,j+1,k)*h(i,
j+1,k)];
uw(i,j,k)=[u(i,j,k)*h(i,j,k)-
(dt/dx)*[u(i,j,k)*v(i,j,k)*h(i,j,k)+0.5*9
.81*h(i,j,k)*h(i,j,k)]-
(u(i+1,j,k)*u(i+1,j,k)*h(i+1,j,k)+0.5*9.81
*h(i+1,j,k)*h(i+1,j,k))]-
(dt/dy)*[u(i,j,k)*v(i,j,k)*h(i,j,k)+u(i,j+
1,k)*v(i,j+1,k)*h(i,j+1,k)]+dt*9.81*h(i,j,
k)*(Sox(i,j)-Sfx(i,j,k))/hw(i,j,k);
vw(i,j,k)=[v(i,j,k)*h(i,j,k)-
(dt/dx)*[u(i,j,k)*v(i,j,k)*h(i,j,k)+u(i+1,
j,k)*v(i+1,j,k)*h(i+1,j,k)]-
(dt/dy)*[(v(i,j,k)*v(i,j,k)*h(i,j,k)+0.5*9
.81*h(i,j,k)*h(i,j,k))-
(v(i,j+1,k)*v(i,j+1,k)*h(i,j+1,k)+0.5*9.81
*h(i,j+1,k)*h(i,j+1,k))]+dt*9.81*h(i,j,k)*
(Soy(i,j)-Sfy(i,j,k))]/hw(i,j,k);

```

K1PREDINTERIOR.M

```

%predictor puntos internos (K=1)
Sfx(i,j,k)=(nx(i,j)^2)*u(i,j,k)*(((u(i,j,
k)*u(i,j,k))+v(i,j,k)*v(i,j,k))^0.5)/((h
(i,j,k)^(4/3)))+(3*alfa*viscx*u(i,j,k)/(d
ens*(h(i,j,k)^2));
Sfy(i,j,k)=(ny(i,j)^2)*v(i,j,k)*(((u(i,j,
k)*u(i,j,k))+v(i,j,k)*v(i,j,k))^0.5)/((h
(i,j,k)^(4/3)))+(3*alfa*viscy*v(i,j,k)/(d
ens*(h(i,j,k)^2));
hw(i,j,k)=h(i,j,k)-
(dt/dx)*[u(i,j,k)*h(i,j,k)-u(i-1,j,k)*h(i-
1,j,k)]-(dt/dy)*[v(i,j,k)*h(i,j,k)-v(i,j-
1,k)*h(i,j-1,k)];
uw(i,j,k)=[u(i,j,k)*h(i,j,k)-
(dt/dx)*[u(i,j,k)*v(i,j,k)*h(i,j,k)+0.5*9
.81*h(i,j,k)*h(i,j,k)]-(u(i-1,j,k)*u(i-
1,j,k)*h(i-1,j,k)+0.5*9.81*h(i-1,j,k)*h(i-
1,j,k))]-
(dt/dy)*[u(i,j,k)*v(i,j,k)*h(i,j,k)-u(i,j-
1,k)*v(i,j-1,k)*h(i,j-
1,k)]+dt*9.81*h(i,j,k)*(Sox(i,j)-
Sfx(i,j,k))/hw(i,j,k);
vw(i,j,k)=[v(i,j,k)*h(i,j,k)-
(dt/dx)*[u(i,j,k)*v(i,j,k)*h(i,j,k)-u(i-
1,j,k)*v(i-1,j,k)*h(i-1,j,k)]-
(dt/dy)*[(v(i,j,k)*v(i,j,k)*h(i,j,k)+0.5*9
.81*h(i,j,k)*h(i,j,k))-
(v(i,j-1,k)*v(i,j-1,k)*h(i,j-1,k)+0.5*9.81*h(i,j-1,k)*h(i,j-
1,k))]+dt*9.81*h(i,j,k)*(Soy(i,j)-
Sfy(i,j,k))]/hw(i,j,k);

```

K2CORRECTCONTORNOH.M

```

%corrector contorno horizontal (K=2)
Sfxw(i,j,k+1)=(nx(i,j)^2)*uw(i,j,k+1)*(((
uw(i,j,k+1)*uw(i,j,k+1))+v(i,j,k+1)*vw(i
,j,k+1))^0.5)/((hw(i,j,k+1)^(4/3)))+(3*a
lfa*viscx*uw(i,j,k+1)/(dens*(hw(i,j,k+1))^
2));
Sfyw(i,j,k+1)=(ny(i,j)^2)*vw(i,j,k+1)*(((
uw(i,j,k+1)*uw(i,j,k+1))+v(i,j,k+1)*vw(i
,j,k+1))^0.5)/((hw(i,j,k+1)^(4/3)))+(3*a
lfa*viscy*vw(i,j,k+1)/(dens*(hw(i,j,k+1))^
2));
h(i,j,k+2)=0.5*[h(i,j,k+1)+hw(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1)+uw(i+1,j,

```

```

k+1)*hw(i+1,j,k+1)]-
(dt/dy)*[vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1)-vw(i,j-
1,k+1)*hw(i,j-1,k+1)];
u(i,j,k+2)=0.5*[u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+uw(i
,j,k+1)*hw(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+1)*uw(i,j,k+1)*hw(i,j,k
+1)+0.5*9.81*hw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1)]-
(uw(i+1,j,k+1)*uw(i+1,j,k+1)*hw(i+1,j,k+1)
+0.5*9.81*hw(i+1,j,k+1)*hw(i+1,j,k+1))]-
(dt/dy)*[uw(i,j,k+1)*vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+
1)-uw(i,j-1,k+1)*vw(i,j-1,k+1)*hw(i,j-
1,k+1)]+dt*9.81*hw(i,j,k+1)*(Sox(i,j)-
Sfxw(i,j,k+1))/h(i,j,k+2);
v(i,j,k+2)=0.5*[v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+vw(i
,j,k+1)*hw(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+1)*vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+
1)+uw(i+1,j,k+1)*vw(i+1,j,k+1)*hw(i+1,j,k+
1)]-
(dt/dy)*[(vw(i,j,k+1)*vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k
+1)+0.5*9.81*hw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1))-
(vw(i,j-1,k+1)*vw(i,j-1,k+1)*hw(i,j-
1,k+1)+0.5*9.81*hw(i,j-1,k+1)*hw(i,j-
1,k+1))]+dt*9.81*hw(i,j,k+1)*(Soy(i,j)-
Sfyw(i,j,k+1))/h(i,j,k+2);

```

K2CORRECTCONTORNOV.M

```

%corrector contorno vertical (K=2)
Sfxw(i,j,k+1)=(nx(i,j)^2)*uw(i,j,k+1)*(((
uw(i,j,k+1)*uw(i,j,k+1))+v(i,j,k+1)*vw(i
,j,k+1))^0.5)/((hw(i,j,k+1)^(4/3)))+(3*a
lfa*viscx*uw(i,j,k+1)/(dens*(hw(i,j,k+1))^
2));
Sfyw(i,j,k+1)=(ny(i,j)^2)*vw(i,j,k+1)*(((
uw(i,j,k+1)*uw(i,j,k+1))+v(i,j,k+1)*vw(i
,j,k+1))^0.5)/((hw(i,j,k+1)^(4/3)))+(3*a
lfa*viscy*vw(i,j,k+1)/(dens*(hw(i,j,k+1))^
2));
h(i,j,k+2)=0.5*[h(i,j,k+1)+hw(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1)-uw(i-
1,j,k+1)*hw(i-1,j,k+1)]-
(dt/dy)*[vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1)+vw(i,j+1,
k+1)*hw(i,j+1,k+1)];
u(i,j,k+2)=0.5*[u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+uw(i
,j,k+1)*hw(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+1)*uw(i,j,k+1)*hw(i,j,k
+1)+0.5*9.81*hw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1)]-
(uw(i-1,j,k+1)*uw(i-1,j,k+1)*hw(i-
1,j,k+1)+0.5*9.81*hw(i-1,j,k+1)*hw(i-
1,j,k+1))]-
(dt/dy)*[uw(i,j,k+1)*vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+
1)+uw(i,j+1,k+1)*vw(i,j+1,k+1)*hw(i,j+1,k+
1)]+dt*9.81*hw(i,j,k+1)*(Sox(i,j)-
Sfxw(i,j,k+1))/h(i,j,k+2);
v(i,j,k+2)=0.5*[v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+vw(i
,j,k+1)*hw(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+1)*vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+
1)-uw(i-1,j,k+1)*vw(i-1,j,k+1)*hw(i-
1,j,k+1)]-
(dt/dy)*[(vw(i,j,k+1)*vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k
+1)+0.5*9.81*hw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1))-
(vw(i,j+1,k+1)*vw(i,j+1,k+1)*hw(i,j+1,k+1)
+0.5*9.81*hw(i,j+1,k+1)*hw(i,j+1,k+1)]+dt
*9.81*hw(i,j,k+1)*(Soy(i,j)-
Sfyw(i,j,k+1))/h(i,j,k+2);

```

K2CORRECT-ESQUINA.M

```

%corrector en la esquina (k=2)
Sfxw(i,j,k+1)=(nx(i,j)^2)*uw(i,j,k+1)*(((
uw(i,j,k+1)*uw(i,j,k+1))+v(i,j,k+1)*vw(i
,j,k+1))^0.5)/((hw(i,j,k+1)^(4/3)))+(3*a
lfa*viscx*uw(i,j,k+1)/(dens*(hw(i,j,k+1))^
2));

```

```

Sfyw(i,j,k+1)=((ny(i,j)^2)*vw(i,j,k+1)*(((
uw(i,j,k+1)*uw(i,j,k+1))+(vw(i,j,k+1)*vw(i
,j,k+1)))^0.5)/((hw(i,j,k+1))^(4/3)))+(3*al
lfa*viscxy*vw(i,j,k+1)/(dens*(hw(i,j,k+1))^
2));
h(i,j,k+2)=0.5*[h(i,j,k+1)+hw(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1)+uw(i+1,j
,k+1)*hw(i+1,j,k+1)]-
(dt/dy)*[vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1)+vw(i,j+1
,k+1)*hw(i,j+1,k+1)]];
u(i,j,k+2)=0.5*[u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+uw(i
,j,k+1)*hw(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[(uw(i,j,k+1)*uw(i,j,k+1)*hw(i,j,k
+1)+0.5*9.81*hw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1))-
(uw(i+1,j,k+1)*uw(i+1,j,k+1)*hw(i+1,j,k+1)
+0.5*9.81*hw(i+1,j,k+1)*hw(i+1,j,k+1))]-
(dt/dy)*[uw(i,j,k+1)*vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+
1)+uw(i,j+1,k+1)*vw(i,j+1,k+1)*hw(i,j+1,k+
1)]+dt*9.81*hw(i,j,k+1)*(Sox(i,j)-
Sfxw(i,j,k+1))]/h(i,j,k+2);
v(i,j,k+2)=0.5*[v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+vw(i
,j,k+1)*hw(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+1)*vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+
1)+uw(i+1,j,k+1)*vw(i+1,j,k+1)*hw(i+1,j,k+
1)]-
(dt/dy)*[(vw(i,j,k+1)*vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k
+1)+0.5*9.81*hw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1))-
(vw(i,j+1,k+1)*vw(i,j+1,k+1)*hw(i,j+1,k+1)
+0.5*9.81*hw(i,j+1,k+1)*hw(i,j+1,k+1)]]+dt
*9.81*hw(i,j,k+1)*(Soy(i,j)-
Sfyw(i,j,k+1))]/h(i,j,k+2);

```

K2CORRECTINTERIOR.M

```

%corrector puntos internos (k=2)
Sfxw(i,j,k+1)=((nx(i,j)^2)*uw(i,j,k+1)*(((
uw(i,j,k+1)*uw(i,j,k+1))+(vw(i,j,k+1)*vw(i
,j,k+1)))^0.5)/((hw(i,j,k+1))^(4/3)))+(3*al
lfa*viscxy*uw(i,j,k+1)/(dens*(hw(i,j,k+1))^
2));
Sfyw(i,j,k+1)=((ny(i,j)^2)*vw(i,j,k+1)*(((
uw(i,j,k+1)*uw(i,j,k+1))+(vw(i,j,k+1)*vw(i
,j,k+1)))^0.5)/((hw(i,j,k+1))^(4/3)))+(3*al
lfa*viscxy*vw(i,j,k+1)/(dens*(hw(i,j,k+1))^
2));
h(i,j,k+2)=0.5*[h(i,j,k+1)+hw(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1)-uw(i-1
,j,k+1)*hw(i-1,j,k+1)]-
(dt/dy)*[vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1)-vw(i,j-1
,k+1)*hw(i,j-1,k+1)]];
u(i,j,k+2)=0.5*[u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+uw(i
,j,k+1)*hw(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[(uw(i,j,k+1)*uw(i,j,k+1)*hw(i,j,k
+1)+0.5*9.81*hw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1))-
(uw(i-1,j,k+1)*uw(i-1,j,k+1)*hw(i-1
,j,k+1)+0.5*9.81*hw(i-1,j,k+1)*hw(i-1
,j,k+1))]-
(dt/dy)*[uw(i,j,k+1)*vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+
1)-uw(i,j-1,k+1)*vw(i,j-1,k+1)*hw(i,j-1
,k+1)]+dt*9.81*hw(i,j,k+1)*(Sox(i,j)-
Sfxw(i,j,k+1))]/h(i,j,k+2);
v(i,j,k+2)=0.5*[v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+vw(i
,j,k+1)*hw(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+1)*vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+
1)-uw(i-1,j,k+1)*vw(i-1,j,k+1)*hw(i-1
,j,k+1)]-
(dt/dy)*[(vw(i,j,k+1)*vw(i,j,k+1)*hw(i,j,k
+1)+0.5*9.81*hw(i,j,k+1)*hw(i,j,k+1))-
(vw(i,j-1,k+1)*vw(i,j-1,k+1)*hw(i,j-1
,k+1)+0.5*9.81*hw(i,j-1,k+1)*hw(i,j-1
,k+1)]]+dt*9.81*hw(i,j,k+1)*(Soy(i,j)-
Sfyw(i,j,k+1))]/h(i,j,k+2);

```

K2PREDCONTORNOH.M

```

%predictor puntos contorno horizontal
(k=2)
Sfx(i,j,k+1)=((nx(i,j)^2)*u(i,j,k+1)*(((u
(i,j,k+1)*u(i,j,k+1))+(v(i,j,k+1)*v(i,j,k+1
)))^0.5)/((h(i,j,k+1))^(4/3)))+(3*alfa*vis
cx*u(i,j,k+1)/(dens*(h(i,j,k+1))^2));
Sfy(i,j,k+1)=((ny(i,j)^2)*v(i,j,k+1)*(((u
(i,j,k+1)*u(i,j,k+1))+(v(i,j,k+1)*v(i,j,k+1
)))^0.5)/((h(i,j,k+1))^(4/3)))+(3*alfa*vis
cy*v(i,j,k+1)/(dens*(h(i,j,k+1))^2));
hw(i,j,k+1)=h(i,j,k+1)-(dt/dx)*[-u(i-1
,j,k+1)*h(i-1,j,k+1)-
u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)]-
(dt/dy)*[v(i,j+1,k+1)*h(i,j+1,k+1)-
v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)];
uw(i,j,k+1)=[u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[(u(i-1,j,k+1)*u(i-1,j,k+1)*h(i-1
,j,k+1)+0.5*9.81*h(i-1,j,k+1)*h(i-1
,j,k+1))-
(u(i,j,k+1)*u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+0.5*9.81
*h(i,j,k+1)*h(i,j,k+1))]-
(dt/dy)*[u(i,j+1,k+1)*v(i,j+1,k+1)*h(i,j+1
,k+1)-
u(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)]]+dt*9.81*
h(i,j,k+1)*(Sox(i,j)-
Sfx(i,j,k+1)]/hw(i,j,k+1);
vw(i,j,k+1)=[v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[-u(i-1,j,k+1)*v(i-1,j,k+1)*h(i-1
,j,k+1)-
u(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)]]-
(dt/dy)*[(v(i,j+1,k+1)*v(i,j+1,k+1)*h(i,j+1
,k+1)+0.5*9.81*h(i,j+1,k+1)*h(i,j+1,k+1))
-
(v(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+0.5*9.81
*h(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)]]+dt*9.81*h(i,j,k+1)
*(Soy(i,j)-Sfy(i,j,k+1)]/hw(i,j,k+1);

```

K2PREDCONTORNOV.M

```

%predictor puntos contorno vertical (k=2)
Sfx(i,j,k+1)=((nx(i,j)^2)*u(i,j,k+1)*(((u
(i,j,k+1)*u(i,j,k+1))+(v(i,j,k+1)*v(i,j,k+1
)))^0.5)/((h(i,j,k+1))^(4/3)))+(3*alfa*vis
cx*u(i,j,k+1)/(dens*(h(i,j,k+1))^2));
Sfy(i,j,k+1)=((ny(i,j)^2)*v(i,j,k+1)*(((u
(i,j,k+1)*u(i,j,k+1))+(v(i,j,k+1)*v(i,j,k+1
)))^0.5)/((h(i,j,k+1))^(4/3)))+(3*alfa*vis
cy*v(i,j,k+1)/(dens*(h(i,j,k+1))^2));
hw(i,j,k+1)=h(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[u(i+1,j,k+1)*h(i+1,j,k+1)-
u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)]-
(dt/dy)*[-v(i,j-1
,k+1)*h(i,j-1,k+1)-
v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)];
uw(i,j,k+1)=[u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[(u(i+1,j,k+1)*u(i+1,j,k+1)*h(i+1
,j,k+1)+0.5*9.81*h(i+1,j,k+1)*h(i+1,j,k+1))
-
(u(i,j,k+1)*u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+0.5*9.81
*h(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)]]-
(dt/dy)*[-u(i,j-1
,k+1)*v(i,j-1,k+1)*h(i,j-1,k+1)-
u(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)]]+dt*9.81*
h(i,j,k+1)*(Sox(i,j)-
Sfx(i,j,k+1)]/hw(i,j,k+1);
vw(i,j,k+1)=[v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)-
(dt/dx)*[u(i+1,j,k+1)*v(i+1,j,k+1)*h(i+1,j
,k+1)-u(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)]]-
(dt/dy)*[(v(i,j-1,k+1)*v(i,j-1,k+1)*h(i,j-1
,k+1)+0.5*9.81*h(i,j-1,k+1)*h(i,j-1
,k+1))-
(v(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+0.5*9.81
*h(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)]]+dt*9.81*h(i,j,k+1)
*(Soy(i,j)-Sfy(i,j,k+1)]/hw(i,j,k+1);

```

K2PREDESQUINA.M

```
%predictor puntos esquina (k=2)
Sfx(i,j,k+1)=(nx(i,j)^2)*u(i,j,k+1)*(((u(i,j,k+1)*u(i,j,k+1))+v(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)))^0.5)/((h(i,j,k+1))^(4/3))+ (3*alfa*viscx*u(i,j,k+1)/(dens*(h(i,j,k+1))^2));
Sfy(i,j,k+1)=(ny(i,j)^2)*v(i,j,k+1)*(((u(i,j,k+1)*u(i,j,k+1))+v(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)))^0.5)/((h(i,j,k+1))^(4/3))+ (3*alfa*viscy*v(i,j,k+1)/(dens*(h(i,j,k+1))^2));
hw(i,j,k+1)=h(i,j,k+1)-(dt/dx)*[-u(i-1,j,k+1)*h(i-1,j,k+1)-u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)]-(dt/dy)*[-v(i,j-1,k+1)*h(i,j-1,k+1)-v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)];
uw(i,j,k+1)=[u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)-(dt/dx)*[u(i-1,j,k+1)*h(i-1,j,k+1)+0.5*9.81*h(i-1,j,k+1)*h(i-1,j,k+1)]-(u(i,j,k+1)*u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+0.5*9.81*h(i,j,k+1)*h(i,j,k+1))]- (dt/dy)*[-u(i,j-1,k+1)*v(i,j-1,k+1)*h(i,j-1,k+1)-u(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)]+dt*9.81*h(i,j,k+1)*(Sox(i,j)-Sfx(i,j,k+1))/hw(i,j,k+1);
vw(i,j,k+1)=[v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)-(dt/dx)*[-u(i-1,j,k+1)*v(i-1,j,k+1)*h(i-1,j,k+1)-u(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)]-(dt/dy)*[(v(i,j-1,k+1)*v(i,j-1,k+1)*h(i,j-1,k+1)+0.5*9.81*h(i,j-1,k+1)*h(i,j-1,k+1))- (v(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+0.5*9.81*h(i,j,k+1)*h(i,j,k+1))] +dt*9.81*h(i,j,k+1)*(Soy(i,j)-Sfy(i,j,k+1))/hw(i,j,k+1);
```

K2PREDINTERIOR.M

```
%predictor puntos internos (K=2)
Sfx(i,j,k+1)=(nx(i,j)^2)*u(i,j,k+1)*(((u(i,j,k+1)*u(i,j,k+1))+v(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)))^0.5)/((h(i,j,k+1))^(4/3))+ (3*alfa*viscx*u(i,j,k+1)/(dens*(h(i,j,k+1))^2));
Sfy(i,j,k+1)=(ny(i,j)^2)*v(i,j,k+1)*(((u(i,j,k+1)*u(i,j,k+1))+v(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)))^0.5)/((h(i,j,k+1))^(4/3))+ (3*alfa*viscy*v(i,j,k+1)/(dens*(h(i,j,k+1))^2));
hw(i,j,k+1)=h(i,j,k+1)-(dt/dx)*[u(i+1,j,k+1)*h(i+1,j,k+1)-u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)]-(dt/dy)*[v(i,j+1,k+1)*h(i,j+1,k+1)-v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)];
uw(i,j,k+1)=[u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)-(dt/dx)*[u(i+1,j,k+1)*h(i+1,j,k+1)+0.5*9.81*h(i+1,j,k+1)*h(i+1,j,k+1)]-(u(i,j,k+1)*u(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+0.5*9.81*h(i,j,k+1)*h(i,j,k+1))]-(dt/dy)*[u(i,j+1,k+1)*v(i,j+1,k+1)*h(i,j+1,k+1)-u(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)]+dt*9.81*h(i,j,k+1)*(Sox(i,j)-Sfx(i,j,k+1))/hw(i,j,k+1);
vw(i,j,k+1)=[v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)-(dt/dx)*[u(i+1,j,k+1)*v(i+1,j,k+1)*h(i+1,j,k+1)-u(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)]-(dt/dy)*[(v(i,j+1,k+1)*v(i,j+1,k+1)*h(i,j+1,k+1)+0.5*9.81*h(i,j+1,k+1)*h(i,j+1,k+1))- (v(i,j,k+1)*v(i,j,k+1)*h(i,j,k+1)+0.5*9.81
```

```
*h(i,j,k+1)*h(i,j,k+1))] +dt*9.81*h(i,j,k+1)*(Soy(i,j)-Sfy(i,j,k+1))/hw(i,j,k+1);
```

K3CORRECTCONTORNOH.M

```
%corrector contorno horizontal (k=3)
Sfxw(i,j,k+2)=(nx(i,j)^2)*uw(i,j,k+2)*(((uw(i,j,k+2)*uw(i,j,k+2))+v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)))^0.5)/((hw(i,j,k+2))^(4/3))+ (3*alfa*viscx*uw(i,j,k+2)/(dens*(hw(i,j,k+2))^2));
Sfyw(i,j,k+2)=(ny(i,j)^2)*vw(i,j,k+2)*(((uw(i,j,k+2)*uw(i,j,k+2))+v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)))^0.5)/((hw(i,j,k+2))^(4/3))+ (3*alfa*viscy*vw(i,j,k+2)/(dens*(hw(i,j,k+2))^2));
h(i,j,k+3)=0.5*[h(i,j,k+2)+hw(i,j,k+2)-(dt/dx)*[-uw(i-1,j,k+2)*hw(i-1,j,k+2)-uw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)]-(dt/dy)*[vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)-vw(i,j-1,k+2)*hw(i,j-1,k+2)]];
u(i,j,k+3)=0.5*[u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+uw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)-(dt/dx)*[uw(i-1,j,k+2)*uw(i-1,j,k+2)*hw(i-1,j,k+2)+0.5*9.81*hw(i-1,j,k+2)*hw(i-1,j,k+2)]-(uw(i,j,k+2)*uw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)+0.5*9.81*hw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2))]-(dt/dy)*[uw(i,j,k+2)*vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)-uw(i,j-1,k+2)*vw(i,j-1,k+2)*hw(i,j-1,k+2)]+dt*9.81*hw(i,j,k+2)*(Sox(i,j)-Sfxw(i,j,k+2))/h(i,j,k+3);
v(i,j,k+3)=0.5*[v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)-(dt/dx)*[-u(i-1,j,k+2)*v(i-1,j,k+2)*hw(i-1,j,k+2)-u(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)]-(dt/dy)*[(v(i,j+1,k+2)*v(i,j+1,k+2)*hw(i,j+1,k+2)+0.5*9.81*hw(i,j+1,k+2)*hw(i,j+1,k+2))- (v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)+0.5*9.81*hw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2))] +dt*9.81*hw(i,j,k+2)*(Soy(i,j)-Sfyw(i,j,k+2))/h(i,j,k+3);
```

K3CORRECTCONTORNOV.M

```
%corrector contorno vertical (k=3)
Sfxw(i,j,k+2)=(nx(i,j)^2)*uw(i,j,k+2)*(((uw(i,j,k+2)*uw(i,j,k+2))+v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)))^0.5)/((hw(i,j,k+2))^(4/3))+ (3*alfa*viscx*uw(i,j,k+2)/(dens*(hw(i,j,k+2))^2));
Sfyw(i,j,k+2)=(ny(i,j)^2)*vw(i,j,k+2)*(((uw(i,j,k+2)*uw(i,j,k+2))+v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)))^0.5)/((hw(i,j,k+2))^(4/3))+ (3*alfa*viscy*vw(i,j,k+2)/(dens*(hw(i,j,k+2))^2));
h(i,j,k+3)=0.5*[h(i,j,k+2)+hw(i,j,k+2)-(dt/dx)*[uw(i+1,j,k+2)*hw(i+1,j,k+2)-uw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)]-(dt/dy)*[vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)+vw(i,j+1,k+2)*hw(i,j+1,k+2)]];
u(i,j,k+3)=0.5*[u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+uw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)-(dt/dx)*[uw(i+1,j,k+2)*uw(i+1,j,k+2)*hw(i+1,j,k+2)+0.5*9.81*hw(i+1,j,k+2)*hw(i+1,j,k+2)]-(uw(i,j,k+2)*uw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)+0.5*9.81*hw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2))]-(dt/dy)*[uw(i,j,k+2)*vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)+uw(i,j+1,k+2)*vw(i,j+1,k+2)*hw(i,j+1,k+2)]+dt*9.81*hw(i,j,k+2)*(Sox(i,j)-Sfxw(i,j,k+2))/h(i,j,k+3);
v(i,j,k+3)=0.5*[v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)-(dt/dx)*[u(i+1,j,k+2)*v(i+1,j,k+2)*hw(i+1,j,k+2)-u(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)]-(dt/dy)*[(v(i,j+1,k+2)*v(i,j+1,k+2)*hw(i,j+1,k+2)+0.5*9.81*hw(i,j+1,k+2)*hw(i,j+1,k+2))- (v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)+0.5*9.81*hw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2))] +dt*9.81*hw(i,j,k+2)*(Soy(i,j)-Sfyw(i,j,k+2))/h(i,j,k+3);
```

```

1,j,k+2) -
uw(i,j,k+2)*vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)] -
(dt/dy)*[(vw(i,j,k+2)*vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k
+2)+0.5*9.81*hw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)) -
(vw(i,j+1,k+2)*vw(i,j+1,k+2)*hw(i,j+1,k+2)
+0.5*9.81*hw(i,j+1,k+2)*hw(i,j+1,k+2))] +dt
*9.81*hw(i,j,k+2)*(Soy(i,j) -
Sfyw(i,j,k+2)]/h(i,j,k+3);

```

K3CORRECTESQUINA.M

```

%corrector en la esquina (k=3)
Sfxw(i,j,k+2)=((nx(i,j)^2)*uw(i,j,k+2)*(((
uw(i,j,k+2)*uw(i,j,k+2))+(vw(i,j,k+2)*vw(i
,j,k+2)))^0.5)/((hw(i,j,k+2))^(4/3)))+(3*a
lfa*viscx*uw(i,j,k+2)/(dens*(hw(i,j,k+2))^
2));
Sfyw(i,j,k+2)=((ny(i,j)^2)*vw(i,j,k+2)*(((
uw(i,j,k+2)*uw(i,j,k+2))+(vw(i,j,k+2)*vw(i
,j,k+2)))^0.5)/((hw(i,j,k+2))^(4/3)))+(3*a
lfa*viscy*vw(i,j,k+2)/(dens*(hw(i,j,k+2))^
2));
h(i,j,k+3)=0.5*[h(i,j,k+2)+hw(i,j,k+2) -
(dt/dx)*[-uw(i-1,j,k+2)*hw(i-1,j,k+2) -
uw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)] -
(dt/dy)*[vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)+vw(i,j+1,
k+2)*hw(i,j+1,k+2)]];
u(i,j,k+3)=0.5*[u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+uw(i
,j,k+2)*hw(i,j,k+2) - (dt/dx)*[(uw(i-
1,j,k+2)*uw(i-1,j,k+2)*hw(i-1,
j,k+2)+0.5*9.81*hw(i-1,j,k+2)*hw(i-
1,j,k+2)) -
(uw(i,j,k+2)*uw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)+0.5*9
.81*hw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2))] -
(dt/dy)*[uw(i,j,k+2)*vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+
2)+uw(i,j+1,k+2)*vw(i,j+1,k+2)*hw(i,j+1,k+
2)] +dt*9.81*hw(i,j,k+2)*(Soy(i,j) -
Sfxw(i,j,k+2)]/h(i,j,k+3);
v(i,j,k+3)=0.5*[v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+vw(i
,j,k+2)*hw(i,j,k+2) - (dt/dx)*[-uw(i-
1,j,k+2)*vw(i-1,j,k+2)*hw(i-1,j,k+2) -
uw(i,j,k+2)*vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)] -
(dt/dy)*[(vw(i,j,k+2)*vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+
2)+0.5*9.81*hw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)) -
(vw(i,j+1,k+2)*vw(i,j+1,k+2)*hw(i,j+1,k+2)
+0.5*9.81*hw(i,j+1,k+2)*hw(i,j+1,k+2))] +dt
*9.81*hw(i,j,k+2)*(Soy(i,j) -
Sfyw(i,j,k+2)]/h(i,j,k+3);

```

K3CORRECTINTERIOR.M

```

%corrector puntos internos (k=3)
Sfxw(i,j,k+2)=((nx(i,j)^2)*uw(i,j,k+2)*(((
uw(i,j,k+2)*uw(i,j,k+2))+(vw(i,j,k+2)*vw(i
,j,k+2)))^0.5)/((hw(i,j,k+2))^(4/3)))+(3*a
lfa*viscx*uw(i,j,k+2)/(dens*(hw(i,j,k+2))^
2));
Sfyw(i,j,k+2)=((ny(i,j)^2)*vw(i,j,k+2)*(((
uw(i,j,k+2)*uw(i,j,k+2))+(vw(i,j,k+2)*vw(i
,j,k+2)))^0.5)/((hw(i,j,k+2))^(4/3)))+(3*a
lfa*viscy*vw(i,j,k+2)/(dens*(hw(i,j,k+2))^
2));
h(i,j,k+3)=0.5*[h(i,j,k+2)+hw(i,j,k+2) -
(dt/dx)*[uw(i+1,j,k+2)*hw(i+1,j,k+2) -
uw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)] -
(dt/dy)*[vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2) - vw(i,j-
1,k+2)*hw(i,j-1,k+2)]];
u(i,j,k+3)=0.5*[u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+uw(i
,j,k+2)*hw(i,j,k+2) -
(dt/dx)*[(uw(i+1,j,k+2)*uw(i+1,j,k+2)*hw(i
+1,j,k+2)+0.5*9.81*hw(i+1,j,k+2)*hw(i+1,j,
k+2)) -
(uw(i,j,k+2)*uw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)+0.5*9
.81*hw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2))] -
(dt/dy)*[uw(i,j,k+2)*vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+

```

```

2) - uw(i,j-1,k+2)*vw(i,j-1,k+2)*hw(i,j-
1,k+2)] +dt*9.81*hw(i,j,k+2)*(Soy(i,j) -
Sfxw(i,j,k+2)]/h(i,j,k+3);
v(i,j,k+3)=0.5*[v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+vw(i
,j,k+2)*hw(i,j,k+2) -
(dt/dx)*[uw(i+1,j,k+2)*vw(i+1,j,k+2)*hw(i+
1,j,k+2) -
uw(i,j,k+2)*vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)] -
(dt/dy)*[(vw(i,j,k+2)*vw(i,j,k+2)*hw(i,j,k
+2)+0.5*9.81*hw(i,j,k+2)*hw(i,j,k+2)) -
(vw(i,j-1,k+2)*vw(i,j-1,k+2)*hw(i,j-
1,k+2)+0.5*9.81*hw(i,j-1,k+2)*hw(i,j-
1,k+2))] +dt*9.81*hw(i,j,k+2)*(Soy(i,j) -
Sfyw(i,j,k+2)]/h(i,j,k+3);

```

K3PREDCONTORNOH.M

```

%predicor puntos contorno horizontal
(k=3)
Sfx(i,j,k+2)=((nx(i,j)^2)*u(i,j,k+2)*(((u
(i,j,k+2)*u(i,j,k+2))+(v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)
))^0.5)/((h(i,j,k+2))^(4/3)))+(3*alfa*vis
cx*u(i,j,k+2)/(dens*(h(i,j,k+2))^2));
Sfy(i,j,k+2)=((ny(i,j)^2)*v(i,j,k+2)*(((u
(i,j,k+2)*u(i,j,k+2))+(v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)
))^0.5)/((h(i,j,k+2))^(4/3)))+(3*alfa*vis
cy*v(i,j,k+2)/(dens*(h(i,j,k+2))^2));
hw(i,j,k+2)=h(i,j,k+2) -
(dt/dx)*[u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+u(i+1,j,k+2)
]*h(i+1,j,k+2)] -
(dt/dy)*[v(i,j+1,k+2)*h(i,j+1,k+2) -
v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)];
uw(i,j,k+2)=[u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2) -
(dt/dx)*[(u(i,j,k+2)*u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)
+0.5*9.81*h(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)) -
(u(i+1,j,k+2)*u(i+1,j,k+2)*h(i+1,j,k+2)+0.
5*9.81*h(i+1,j,k+2)*h(i+1,j,k+2))] -
(dt/dy)*[u(i,j+1,k+2)*v(i,j+1,k+2)*h(i,j+1,
k+2) -
u(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)] +dt*9.81*
h(i,j,k+2)*(Soy(i,j) -
Sfx(i,j,k+2)]/hw(i,j,k+2);
vw(i,j,k+2)=[v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2) -
(dt/dx)*[u(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+
u(i+1,j,k+2)*v(i+1,j,k+2)*h(i+1,j,k+2)] -
(dt/dy)*[(v(i,j+1,k+2)*v(i,j+1,k+2)*h(i,j+
1,k+2)+0.5*9.81*h(i,j+1,k+2)*h(i,j+1,k+2))
-
(v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+0.5*9.81
*h(i,j,k+2)*h(i,j,k+2))] +dt*9.81*h(i,j,k+2)
)*(Soy(i,j) - Sfy(i,j,k+2)]/hw(i,j,k+2);

```

K3PREDCONTORNOV.M

```

%predicor puntos contorno vertical (k=3)
Sfx(i,j,k+2)=((nx(i,j)^2)*u(i,j,k+2)*(((u
(i,j,k+2)*u(i,j,k+2))+(v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)
))^0.5)/((h(i,j,k+2))^(4/3)))+(3*alfa*vis
cx*u(i,j,k+2)/(dens*(h(i,j,k+2))^2));
Sfy(i,j,k+2)=((ny(i,j)^2)*v(i,j,k+2)*(((u
(i,j,k+2)*u(i,j,k+2))+(v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)
))^0.5)/((h(i,j,k+2))^(4/3)))+(3*alfa*vis
cy*v(i,j,k+2)/(dens*(h(i,j,k+2))^2));
hw(i,j,k+2)=h(i,j,k+2) -
(dt/dx)*[u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2) - u(i-
1,j,k+2)*h(i-1,j,k+2)] - (dt/dy)*[-v(i,j-
1,k+2)*h(i,j-1,k+2) -
v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)];
uw(i,j,k+2)=[u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2) -
(dt/dx)*[(u(i,j,k+2)*u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)
+0.5*9.81*h(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)) - (u(i-
1,j,k+2)*u(i-1,j,k+2)*h(i-
1,j,k+2)+0.5*9.81*h(i-1,j,k+2)*h(i-
1,j,k+2))] - (dt/dy)*[-u(i,j-1,k+2)*v(i,j-
1,k+2)*h(i,j-1,k+2) -

```



```

u(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)]+dt*9.81*
h(i,j,k+2)*(Sox(i,j)-
Sfx(i,j,k+2))/hw(i,j,k+2);
vw(i,j,k+2)=[v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)-
(dt/dx)*[u(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)-
u(i-1,j,k+2)*v(i-1,j,k+2)*h(i-1,j,k+2)]-
(dt/dy)*[(v(i,j-1,k+2)*v(i,j-1,k+2)*h(i,j-
1,k+2)+0.5*9.81*h(i,j-1,k+2)*h(i,j-
1,k+2))-
(v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+0.5*9.81
*h(i,j,k+2)*h(i,j,k+2))]+dt*9.81*h(i,j,k+2
)*(Soy(i,j)-Sfy(i,j,k+2))/hw(i,j,k+2);

```

K3PREDESQUINA.M

```

%predictor puntos esquina (k=3)
Sfx(i,j,k+2)=((nx(i,j)^2)*u(i,j,k+2)*(((u(
i,j,k+2)*u(i,j,k+2))+v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2
)))^0.5)/((h(i,j,k+2))^(4/3)))+(3*alfa*vis
cx*u(i,j,k+2)/(dens*(h(i,j,k+2))^2));
Sfy(i,j,k+2)=((ny(i,j)^2)*v(i,j,k+2)*(((u(
i,j,k+2)*u(i,j,k+2))+v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2
)))^0.5)/((h(i,j,k+2))^(4/3)))+(3*alfa*vis
cy*v(i,j,k+2)/(dens*(h(i,j,k+2))^2));
hw(i,j,k+2)=h(i,j,k+2)-
(dt/dx)*[u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+u(i+1,j,k+2
)*h(i+1,j,k+2)]-(dt/dy)*[-v(i,j-
1,k+2)*h(i,j-1,k+2)-
v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)];
uw(i,j,k+2)=[u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)-
(dt/dx)*[(u(i,j,k+2)*u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)
)+0.5*9.81*h(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)]-
(u(i+1,j,k+2)*u(i+1,j,k+2)*h(i+1,j,k+2)+0.
5*9.81*h(i+1,j,k+2)*h(i+1,j,k+2))]-
(dt/dy)*[-u(i,j-1,k+2)*v(i,j-1,k+2)*h(i,j-
1,k+2)-
u(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)]+dt*9.81*
h(i,j,k+2)*(Sox(i,j)-
Sfx(i,j,k+2))/hw(i,j,k+2);
vw(i,j,k+2)=[v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)-
(dt/dx)*[u(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+
u(i+1,j,k+2)*v(i+1,j,k+2)*h(i+1,j,k+2)]-
(dt/dy)*[(v(i,j-1,k+2)*v(i,j-1,k+2)*h(i,j-
1,k+2)+0.5*9.81*h(i,j-1,k+2)*h(i,j-
1,k+2))-
(v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+0.5*9.81
*h(i,j,k+2)*h(i,j,k+2))]+dt*9.81*h(i,j,k+2
)*(Soy(i,j)-Sfy(i,j,k+2))/hw(i,j,k+2);

```

K3PREDINTERIOR.M

```

%predictor puntos internos (k=3)
Sfx(i,j,k+2)=((nx(i,j)^2)*u(i,j,k+2)*(((u(
i,j,k+2)*u(i,j,k+2))+v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2
)))^0.5)/((h(i,j,k+2))^(4/3)))+(3*alfa*vis
cx*u(i,j,k+2)/(dens*(h(i,j,k+2))^2));
Sfy(i,j,k+2)=((ny(i,j)^2)*v(i,j,k+2)*(((u(
i,j,k+2)*u(i,j,k+2))+v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2
)))^0.5)/((h(i,j,k+2))^(4/3)))+(3*alfa*vis
cy*v(i,j,k+2)/(dens*(h(i,j,k+2))^2));
hw(i,j,k+2)=h(i,j,k+2)-
(dt/dx)*[u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)-u(i-
1,j,k+2)*h(i-1,j,k+2)]-
(dt/dy)*[v(i,j+1,k+2)*h(i,j+1,k+2)-
v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)];
uw(i,j,k+2)=[u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)-
(dt/dx)*[(u(i,j,k+2)*u(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)
)+0.5*9.81*h(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)]-
(u(i-1,j,k+2)*u(i-1,j,k+2)*h(i-
1,j,k+2)+0.5*9.81*h(i-1,j,k+2)*h(i-
1,j,k+2))]-
(dt/dy)*[u(i,j+1,k+2)*v(i,j+1,k+2)*h(i,j+1
,k+2)-
u(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)]+dt*9.81*

```

```

h(i,j,k+2)*(Sox(i,j)-
Sfx(i,j,k+2))/hw(i,j,k+2);
vw(i,j,k+2)=[v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)-
(dt/dx)*[u(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)-
u(i-1,j,k+2)*v(i-1,j,k+2)*h(i-1,j,k+2)]-
(dt/dy)*[(v(i,j+1,k+2)*v(i,j+1,k+2)*h(i,j+
1,k+2)+0.5*9.81*h(i,j+1,k+2)*h(i,j+1,k+2))
-
(v(i,j,k+2)*v(i,j,k+2)*h(i,j,k+2)+0.5*9.81
*h(i,j,k+2)*h(i,j,k+2))]+dt*9.81*h(i,j,k+2
)*(Soy(i,j)-Sfy(i,j,k+2))/hw(i,j,k+2);

```

K4CORRECTCONTORNOH.M

```

%corrector contorno horizontal (k=4)
Sfxw(i,j,k+3)=((nx(i,j)^2)*uw(i,j,k+3)*(((
uw(i,j,k+3)*uw(i,j,k+3))+vw(i,j,k+3)*vw(i
,j,k+3)))^0.5)/((hw(i,j,k+3))^(4/3)))+(3*al
fa*viscx*uw(i,j,k+3)/(dens*(hw(i,j,k+3))^
2));
Sfyw(i,j,k+3)=((ny(i,j)^2)*vw(i,j,k+3)*(((
uw(i,j,k+3)*uw(i,j,k+3))+vw(i,j,k+3)*vw(i
,j,k+3)))^0.5)/((hw(i,j,k+3))^(4/3)))+(3*al
fa*viscy*vw(i,j,k+3)/(dens*(hw(i,j,k+3))^
2));
h(i,j,k+4)=0.5*[h(i,j,k+3)+hw(i,j,k+3)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)+uw(i+1,j,
k+3)*hw(i+1,j,k+3)]-
(dt/dy)*[vw(i,j+1,k+3)*hw(i,j+1,k+3)-
vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)]];
u(i,j,k+4)=0.5*[u(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+uw(i
,j,k+3)*hw(i,j,k+3)-
(dt/dx)*[(uw(i,j,k+3)*uw(i,j,k+3)*hw(i,j,k
+3)+0.5*9.81*hw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3))-
(uw(i+1,j,k+3)*uw(i+1,j,k+3)*hw(i+1,j,k+3)
)+0.5*9.81*hw(i+1,j,k+3)*hw(i+1,j,k+3)]]-
(dt/dy)*[uw(i,j+1,k+3)*vw(i,j+1,k+3)*hw(i,
j+1,k+3)-
uw(i,j,k+3)*vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)]+dt*9.
81*hw(i,j,k+3)*(Sox(i,j)-
Sfxw(i,j,k+3))/h(i,j,k+4);
v(i,j,k+4)=0.5*[v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+vw(i
,j,k+3)*hw(i,j,k+3)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+3)*vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+
3)+uw(i+1,j,k+3)*vw(i+1,j,k+3)*hw(i+1,j,k+
3)]]-
(dt/dy)*[(vw(i,j+1,k+3)*vw(i,j+1,k+3)*hw(i
,j+1,k+3)+0.5*9.81*hw(i,j+1,k+3)*hw(i,j+1,
k+3))-
(vw(i,j,k+3)*vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)+0.5*9
.81*hw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3))+dt*9.81*hw(i
,j,k+3)*(Soy(i,j)-
Sfyw(i,j,k+3))/h(i,j,k+4);

```

K4CORRECTCONTORNOV.M

```

%corrector contorno vertical (k=4)
Sfxw(i,j,k+3)=((nx(i,j)^2)*uw(i,j,k+3)*(((
uw(i,j,k+3)*uw(i,j,k+3))+vw(i,j,k+3)*vw(i
,j,k+3)))^0.5)/((hw(i,j,k+3))^(4/3)))+(3*al
fa*viscx*uw(i,j,k+3)/(dens*(hw(i,j,k+3))^
2));
Sfyw(i,j,k+3)=((ny(i,j)^2)*vw(i,j,k+3)*(((
uw(i,j,k+3)*uw(i,j,k+3))+vw(i,j,k+3)*vw(i
,j,k+3)))^0.5)/((hw(i,j,k+3))^(4/3)))+(3*al
fa*viscy*vw(i,j,k+3)/(dens*(hw(i,j,k+3))^
2));
h(i,j,k+4)=0.5*[h(i,j,k+3)+hw(i,j,k+3)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)-uw(i-
1,j,k+3)*hw(i-1,j,k+3)]-
(dt/dy)*[-vw(i,j-
1,k+3)*hw(i,j-1,k+3)-
vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)]];
u(i,j,k+4)=0.5*[u(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+uw(i
,j,k+3)*hw(i,j,k+3)-
(dt/dx)*[(uw(i,j,k+3)*uw(i,j,k+3)*hw(i,j,k
+3)+0.5*9.81*hw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3))-
(uw(i+1,j,k+3)*uw(i+1,j,k+3)*hw(i+1,j,k+3)
)+0.5*9.81*hw(i+1,j,k+3)*hw(i+1,j,k+3)]]-
(dt/dy)*[u(i,j+1,k+3)*v(i,j+1,k+3)*hw(i,j+
1,k+3)-
u(i,j,k+3)*v(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)]+dt*9.81*

```

```

+3)+0.5*9.81*hw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3))-
(uw(i-1,j,k+3)*uw(i-1,j,k+3)*hw(i-
1,j,k+3)+0.5*9.81*hw(i-1,j,k+3)*hw(i-
1,j,k+3))-(dt/dy)*[-uw(i,j-1,k+3)*vw(i,j-
1,k+3)*hw(i,j-1,k+3)-
uw(i,j,k+3)*vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)]+dt*9.
81*hw(i,j,k+3)*(Sox(i,j)-
Sfxw(i,j,k+3))/h(i,j,k+4);
v(i,j,k+4)=0.5*[v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+vw(i
,j,k+3)*hw(i,j,k+3)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+3)*vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+
3)-uw(i-1,j,k+3)*vw(i-1,j,k+3)*hw(i-
1,j,k+3)]-(dt/dy)*[(vw(i,j-1,k+3)*vw(i,j-
1,k+3)*hw(i,j-1,k+3)+0.5*9.81*hw(i,j-
1,k+3)*hw(i,j-1,k+3))-
(vw(i,j,k+3)*vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)+0.5*9
.81*hw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3))]+dt*9.81*hw(i
,j,k+3)*(Soy(i,j)-
Sfyw(i,j,k+3))/h(i,j,k+4);

```

K4CORRECTESQUINA.M

%corrector en la esquina (k=4)

```

Sfxw(i,j,k+3)=((nx(i,j)^2)*uw(i,j,k+3)*(((
uw(i,j,k+3)*uw(i,j,k+3))+ (vw(i,j,k+3)*vw(i
,j,k+3))^0.5)/((hw(i,j,k+3)^(4/3)))+(3*al
fa*viscx*uw(i,j,k+3)/(dens*(hw(i,j,k+3))^
2)));
Sfyw(i,j,k+3)=((ny(i,j)^2)*vw(i,j,k+3)*(((
uw(i,j,k+3)*uw(i,j,k+3))+ (vw(i,j,k+3)*vw(i
,j,k+3))^0.5)/((hw(i,j,k+3)^(4/3)))+(3*al
fa*viscy*vw(i,j,k+3)/(dens*(hw(i,j,k+3))^
2)));
h(i,j,k+4)=0.5*[h(i,j,k+3)+hw(i,j,k+3)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)+uw(i+1,j
,k+3)*hw(i+1,j,k+3)]-(dt/dy)*[-vw(i,j-
1,k+3)*hw(i,j-1,k+3)-
vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)]];
u(i,j,k+4)=0.5*[u(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+uw(i
,j,k+3)*hw(i,j,k+3)-
(dt/dx)*[(uw(i,j,k+3)*uw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+
3)+0.5*9.81*hw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3))-
(uw(i+1,j,k+3)*uw(i+1,j,k+3)*hw(i+1,j,k+3)
+0.5*9.81*hw(i+1,j,k+3)*hw(i+1,j,k+3))]-
(dt/dy)*[-uw(i,j-1,k+3)*vw(i,j-
1,k+3)*hw(i,j-1,k+3)-
uw(i,j,k+3)*vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)]+dt*9.
81*hw(i,j,k+3)*(Sox(i,j)-
Sfxw(i,j,k+3))/h(i,j,k+4);
v(i,j,k+4)=0.5*[v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+vw(i
,j,k+3)*hw(i,j,k+3)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+3)*vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+
3)+uw(i+1,j,k+3)*vw(i+1,j,k+3)*hw(i+1,j,k+
3)]-(dt/dy)*[(vw(i,j-1,k+3)*vw(i,j-
1,k+3)*hw(i,j-1,k+3)+0.5*9.81*hw(i,j-
1,k+3)*hw(i,j-1,k+3))-
(vw(i,j,k+3)*vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)+0.5*9
.81*hw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3))]+dt*9.81*hw(i
,j,k+3)*(Soy(i,j)-
Sfyw(i,j,k+3))/h(i,j,k+4);

```

K4CORRECTINTERIOR.M

%corrector puntos internos (k=4)

```

Sfxw(i,j,k+3)=((nx(i,j)^2)*uw(i,j,k+3)*(((
uw(i,j,k+3)*uw(i,j,k+3))+ (vw(i,j,k+3)*vw(i
,j,k+3))^0.5)/((hw(i,j,k+3)^(4/3)))+(3*al
fa*viscx*uw(i,j,k+3)/(dens*(hw(i,j,k+3))^
2)));
Sfyw(i,j,k+3)=((ny(i,j)^2)*vw(i,j,k+3)*(((
uw(i,j,k+3)*uw(i,j,k+3))+ (vw(i,j,k+3)*vw(i
,j,k+3))^0.5)/((hw(i,j,k+3)^(4/3)))+(3*al
fa*viscy*vw(i,j,k+3)/(dens*(hw(i,j,k+3))^
2)));

```

```

h(i,j,k+4)=0.5*[h(i,j,k+3)+hw(i,j,k+3)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)-uw(i-
1,j,k+3)*hw(i-1,j,k+3)]-
(dt/dy)*[vw(i,j+1,k+3)*hw(i,j+1,k+3)-
vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)]];
u(i,j,k+4)=0.5*[u(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+uw(i
,j,k+3)*hw(i,j,k+3)-
(dt/dx)*[(uw(i,j,k+3)*uw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+
3)+0.5*9.81*hw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3))-
(uw(i-1,j,k+3)*uw(i-1,j,k+3)*hw(i-
1,j,k+3)+0.5*9.81*hw(i-1,j,k+3)*hw(i-
1,j,k+3))]-
(dt/dy)*[uw(i,j+1,k+3)*vw(i,j+1,k+3)*hw(i
,j+1,k+3)-
uw(i,j,k+3)*vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)]+dt*9.
81*hw(i,j,k+3)*(Sox(i,j)-
Sfxw(i,j,k+3))/h(i,j,k+4);
v(i,j,k+4)=0.5*[v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+vw(i
,j,k+3)*hw(i,j,k+3)-
(dt/dx)*[uw(i,j,k+3)*vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+
3)-uw(i-1,j,k+3)*vw(i-1,j,k+3)*hw(i-
1,j,k+3)]-
(dt/dy)*[(vw(i,j+1,k+3)*vw(i,j+1,k+3)*hw(i
,j+1,k+3)+0.5*9.81*hw(i,j+1,k+3)*hw(i,j+1,
k+3))-
(vw(i,j,k+3)*vw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3)+0.5*9
.81*hw(i,j,k+3)*hw(i,j,k+3))]+dt*9.81*hw(i
,j,k+3)*(Soy(i,j)-
Sfyw(i,j,k+3))/h(i,j,k+4);

```

K4PREDCONTORNOH.M

%predictor puntos contorno horizontal (k=4)

```

Sfx(i,j,k+3)=((nx(i,j)^2)*u(i,j,k+3)*(((u(
i,j,k+3)*u(i,j,k+3))+ (v(i,j,k+3)*v(i,j,k+3)
))^0.5)/((h(i,j,k+3)^(4/3)))+(3*alfa*vis
cx*u(i,j,k+3)/(dens*(h(i,j,k+3))^2)));
Sfy(i,j,k+3)=((ny(i,j)^2)*v(i,j,k+3)*(((u(
i,j,k+3)*u(i,j,k+3))+ (v(i,j,k+3)*v(i,j,k+3)
))^0.5)/((h(i,j,k+3)^(4/3)))+(3*alfa*vis
cy*v(i,j,k+3)/(dens*(h(i,j,k+3))^2)));
hw(i,j,k+3)=h(i,j,k+3)-(dt/dx)*[-u(i-
1,j,k+3)*h(i-1,j,k+3)-
u(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)]-
(dt/dy)*[v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)-v(i,j-
1,k+3)*h(i,j-1,k+3)];
uw(i,j,k+3)=[u(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)-
(dt/dx)*[u(i-1,j,k+3)*u(i-1,j,k+3)*h(i-
1,j,k+3)+0.5*9.81*h(i-1,j,k+3)*h(i-
1,j,k+3)]-
(u(i,j,k+3)*u(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+0.5*9.81
*h(i,j,k+3)*h(i,j,k+3))]-
(dt/dy)*[u(i,j,k+3)*v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)-
u(i,j-1,k+3)*v(i,j-1,k+3)*h(i,j-
1,k+3)]+dt*9.81*h(i,j,k+3)*(Sox(i,j)-
Sfx(i,j,k+3))/hw(i,j,k+3);
vw(i,j,k+3)=[v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)-
(dt/dx)*[-u(i-1,j,k+3)*v(i-1,j,k+3)*h(i-
1,j,k+3)-
u(i,j,k+3)*v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)]-
(dt/dy)*[(v(i,j,k+3)*v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)
+0.5*9.81*h(i,j,k+3)*h(i,j,k+3))-(v(i,j-
1,k+3)*v(i,j-1,k+3)*h(i,j-
1,k+3)+0.5*9.81*h(i,j-1,k+3)*h(i,j-
1,k+3))]+dt*9.81*h(i,j,k+3)*(Soy(i,j)-
Sfy(i,j,k+3))/hw(i,j,k+3);

```

K4PREDCONTORNOV.M

%predictor puntos contorno vertical (k=4)

```

Sfx(i,j,k+3)=((nx(i,j)^2)*u(i,j,k+3)*(((u(
i,j,k+3)*u(i,j,k+3))+ (v(i,j,k+3)*v(i,j,k+3)
))^0.5)/((h(i,j,k+3)^(4/3)))+(3*alfa*vis
cx*u(i,j,k+3)/(dens*(h(i,j,k+3))^2)));

```

```

Sfy(i,j,k+3)=((ny(i,j)^2)*v(i,j,k+3)*(((u(i,j,k+3)*u(i,j,k+3))+v(i,j,k+3)*v(i,j,k+3))^0.5)/((h(i,j,k+3))^(4/3)))+(3*alfa*viscy*v(i,j,k+3)/(dens*(h(i,j,k+3))^2));
hw(i,j,k+3)=h(i,j,k+3)-(dt/dx)*[u(i+1,j,k+3)*h(i+1,j,k+3)-u(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)]-(dt/dy)*[v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+v(i,j+1,k+3)*h(i,j+1,k+3)];
uw(i,j,k+3)=[u(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)-(dt/dx)*[(u(i+1,j,k+3)*u(i+1,j,k+3))*h(i+1,j,k+3)+0.5*9.81*h(i+1,j,k+3)*h(i+1,j,k+3)]-(u(i,j,k+3)*u(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+0.5*9.81*h(i,j,k+3)*h(i,j,k+3))]-(dt/dy)*[u(i,j,k+3)*v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+u(i,j+1,k+3)*v(i,j+1,k+3)*h(i,j+1,k+3)]+dt*9.81*h(i,j,k+3)*(Sox(i,j)-Sfx(i,j,k+3))/hw(i,j,k+3);
vw(i,j,k+3)=[v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)-(dt/dx)*[u(i+1,j,k+3)*v(i+1,j,k+3)*h(i+1,j,k+3)-u(i,j,k+3)*v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)]-(dt/dy)*[(v(i,j,k+3)*v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+0.5*9.81*h(i,j,k+3)*h(i,j,k+3))-(v(i,j+1,k+3)*v(i,j+1,k+3)*h(i,j+1,k+3)+0.5*9.81*h(i,j+1,k+3)*h(i,j+1,k+3))] +dt*9.81*h(i,j,k+3)*(Soy(i,j)-Sfy(i,j,k+3))/hw(i,j,k+3);

```

K4PREDESQUINA.M

```

%predictor puntos esquina (k=4)
Sfx(i,j,k+3)=((nx(i,j)^2)*u(i,j,k+3)*(((u(i,j,k+3)*u(i,j,k+3))+v(i,j,k+3)*v(i,j,k+3))^0.5)/((h(i,j,k+3))^(4/3)))+(3*alfa*viscx*u(i,j,k+3)/(dens*(h(i,j,k+3))^2));
Sfy(i,j,k+3)=((ny(i,j)^2)*v(i,j,k+3)*(((u(i,j,k+3)*u(i,j,k+3))+v(i,j,k+3)*v(i,j,k+3))^0.5)/((h(i,j,k+3))^(4/3)))+(3*alfa*viscy*v(i,j,k+3)/(dens*(h(i,j,k+3))^2));
hw(i,j,k+3)=h(i,j,k+3)-(dt/dx)*[-u(i-1,j,k+3)*h(i-1,j,k+3)-u(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)]-(dt/dy)*[v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+v(i,j+1,k+3)*h(i,j+1,k+3)];
uw(i,j,k+3)=[u(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)-(dt/dx)*[(u(i-1,j,k+3)*u(i-1,j,k+3))*h(i-1,j,k+3)+0.5*9.81*h(i-1,j,k+3)*h(i-1,j,k+3)]-(u(i,j,k+3)*u(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+0.5*9.81*h(i,j,k+3)*h(i,j,k+3))]-(dt/dy)*[u(i,j,k+3)*v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+u(i,j+1,k+3)*v(i,j+1,k+3)*h(i,j+1,k+3)]+dt*9.81*h(i,j,k+3)*(Sox(i,j)-Sfx(i,j,k+3))/hw(i,j,k+3);
vw(i,j,k+3)=[v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)-(dt/dx)*[-u(i-1,j,k+3)*v(i-1,j,k+3)*h(i-1,j,k+3)-u(i,j,k+3)*v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)]-(dt/dy)*[(v(i,j,k+3)*v(i,j,k+3)*h(i,j,k+3)+0.5*9.81*h(i,j,k+3)*h(i,j,k+3))-(v(i,j+1,k+3)*v(i,j+1,k+3)*h(i,j+1,k+3)+0.5*9.81*h(i,j+1,k+3)*h(i,j+1,k+3))] +dt*9.81*h(i,j,k+3)*(Soy(i,j)-Sfy(i,j,k+3))/hw(i,j,k+3);

```

K4PREDINTERIOR.M

```

%predictor puntos internos (k=4)
Sfx(i,j,k+3)=((nx(i,j)^2)*u(i,j,k+3)*(((u(i,j,k+3)*u(i,j,k+3))+v(i,j,k+3)*v(i,j,k+3))^0.5)/((h(i,j,k+3))^(4/3)))+(3*alfa*viscx*u(i,j,k+3)/(dens*(h(i,j,k+3))^2));
Sfy(i,j,k+3)=((ny(i,j)^2)*v(i,j,k+3)*(((u(i,j,k+3)*u(i,j,k+3))+v(i,j,k+3)*v(i,j,k+3))^0.5)/((h(i,j,k+3))^(4/3)))+(3*alfa*viscy*v(i,j,k+3)/(dens*(h(i,j,k+3))^2));

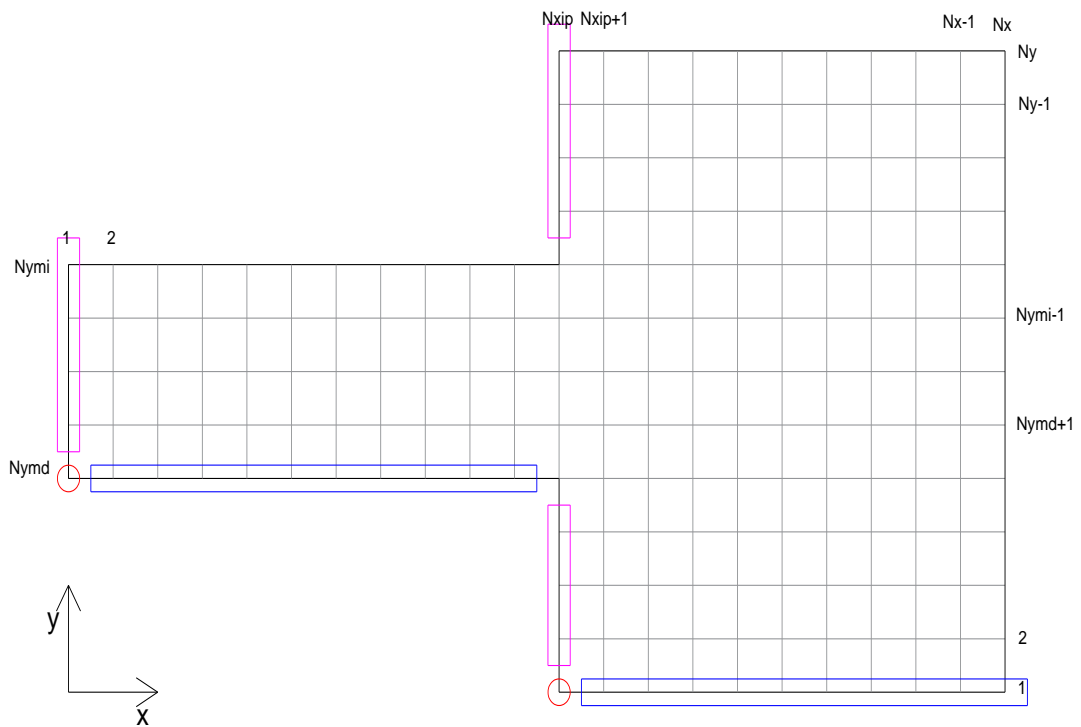
```

ANEXO 4

DOMINIO Y ESQUEMA DE CONTORNOS PARA EL CANAL- PLATAFORMA

Coordenadas espaciales (x,y) para el PREDICTOR

Paso de tiempo K (P)



Ubicación de puntos de la malla (esquina):

$i = 1$	$i = Nxip$
$j = Nymd$	$j = 1$

Ubicación de puntos de la malla (contorno vertical):

$i = 1$	$i = Nxip$	$i = Nxip$
$j = Nymd+1:Nymi$	$j = 2:Nymd-1$	$j = Nymi+1:Ny$

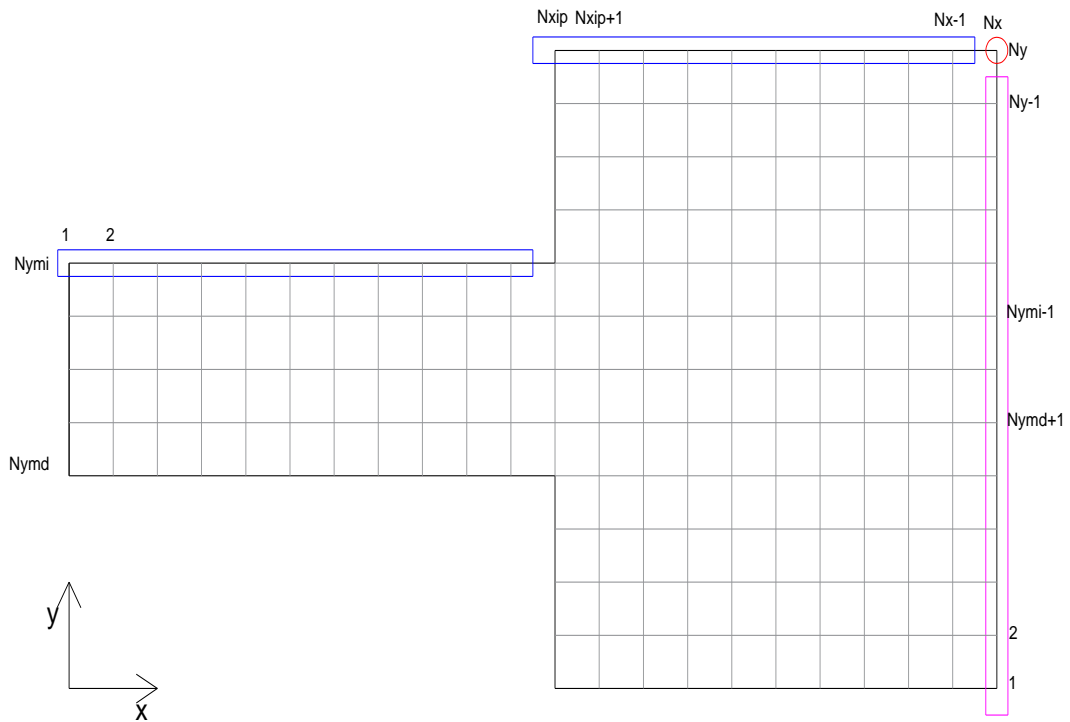
Ubicación de puntos de la malla (contorno horizontal):

$i = Nxip+1:Nx$	$i = 2:Nxip-1$
$j = 1$	$j = Nymd$

Ubicación de puntos de la malla (interior):

$i = 2:Nxip$	$i = Nxip$	$i = Nxip+1:Nx$
$j = Nymd+1:Nymi$	$j = Nymd$	$j = 2:Ny$

Paso de tiempo $K+1$ (P)



Ubicación de puntos de la malla (esquina):

$i = Nx$
$j = Ny$

Ubicación de puntos de la malla (contorno vertical):

$i = Nx$
$j = 1:Ny-1$

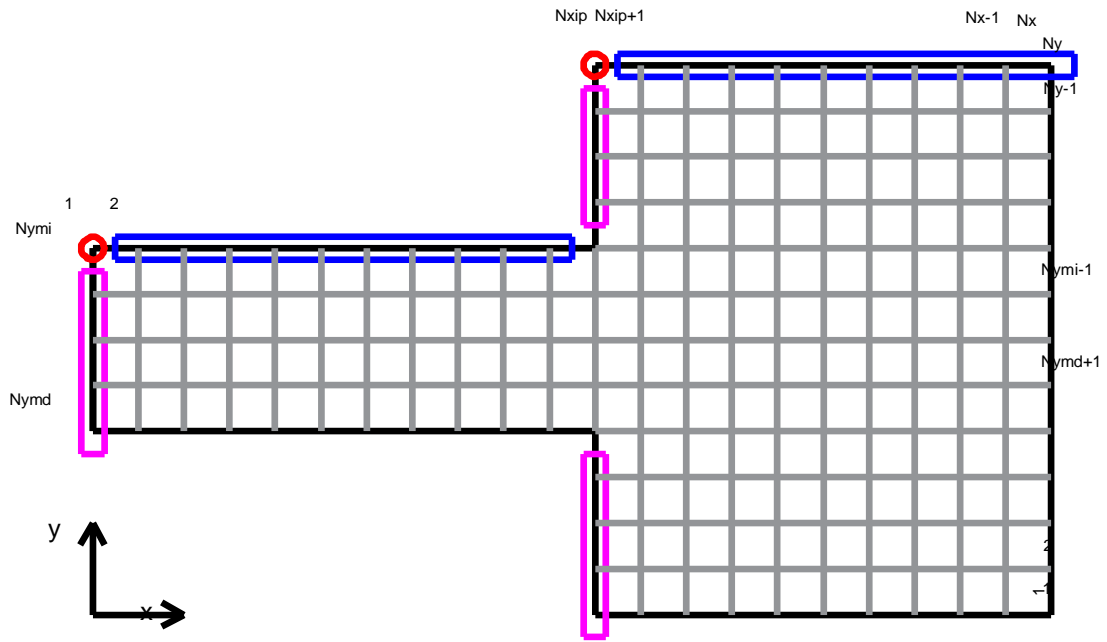
Ubicación de puntos de la malla (contorno horizontal):

$i = 1:Nxip-1$	$i = Nxip:Nx-1$
$j = Nymi$	$j = Ny$

Ubicación de puntos de la malla (interior):

$i = 1:Nxip-1$	$i = Nxip:Nx-1$
$j = Nymd:Nymi-1$	$j = 1:Ny-1$

Paso de tiempo K+2 (P)



Ubicación de puntos de la malla (esquina):

$i = 1$	$i = Nxip$
$j = Nymi$	$j = Ny$

Ubicación de puntos de la malla (contorno vertical):

$i = 1$	$i = Nxip$	$i = Nxip$
$j = Nymd:Nymi-1$	$j = 1:Nymd-1$	$j = Nymi+1:Ny-1$

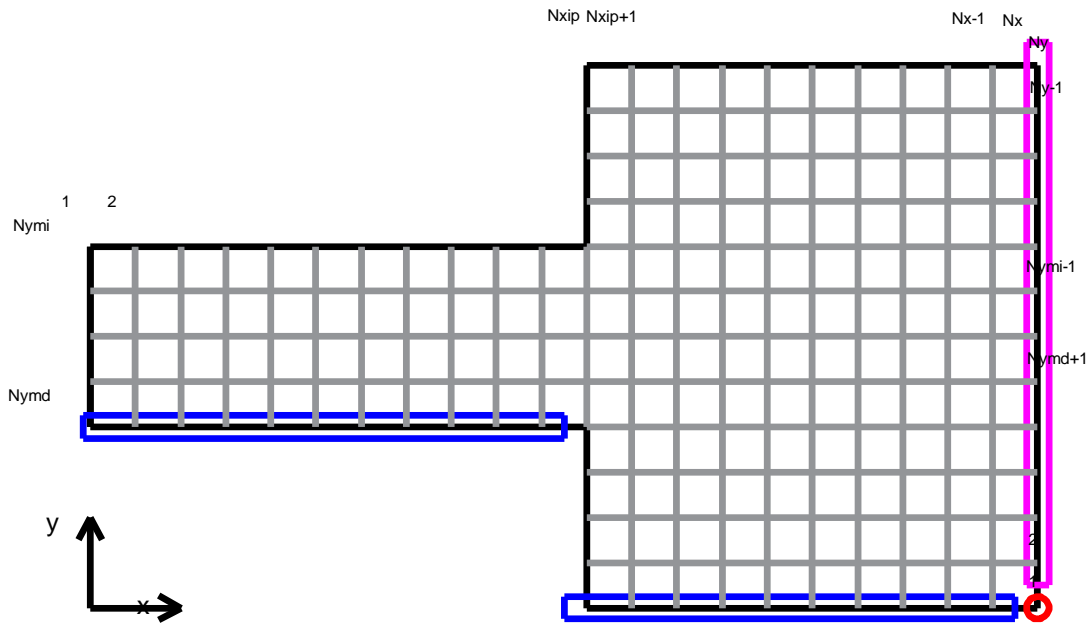
Ubicación de puntos de la malla (contorno horizontal):

$i = 2:Nxip-1$	$i = Nxip+1:Nx$
$j = Nymi$	$j = Ny$

Ubicación de puntos de la malla (interior):

$i = 2:Nxip$	$i = Nxip$	$i = Nxip+1:Nx$
$j = Nymd:Nymi-1$	$j = Nymi$	$j = 1:Ny-1$

Paso de tiempo K+3 (P)



Ubicación de puntos de la malla (esquina):

$i = Nx$
$j = 1$

Ubicación de puntos de la malla (contorno vertical):

$i = Nx$
$j = 2:Ny$

Ubicación de puntos de la malla (contorno horizontal):

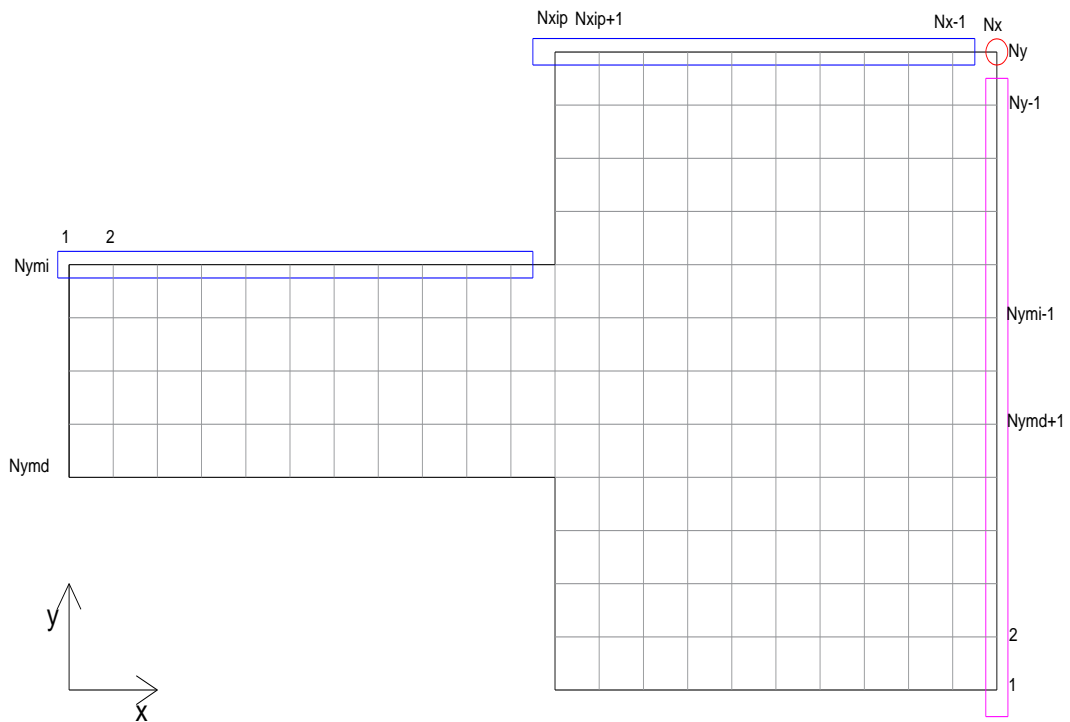
$i = 1:Nxip-1$	$i = Nxip:Nx-1$
$j = Nymd$	$j = 1$

Ubicación de puntos de la malla (interior):

$i = 1:Nxip-1$	$i = Nxip:Nx-1$
$j = Nymd+1:Nymi$	$j = 2:Ny$

Coordenadas espaciales (x,y) para el CORRECTOR

Paso de tiempo K (C)



Ubicación de puntos de la malla (esquina):

$i = N_x$
$j = N_y$

Ubicación de puntos de la malla (contorno vertical):

$i = N_x$
$j = 1:N_y-1$

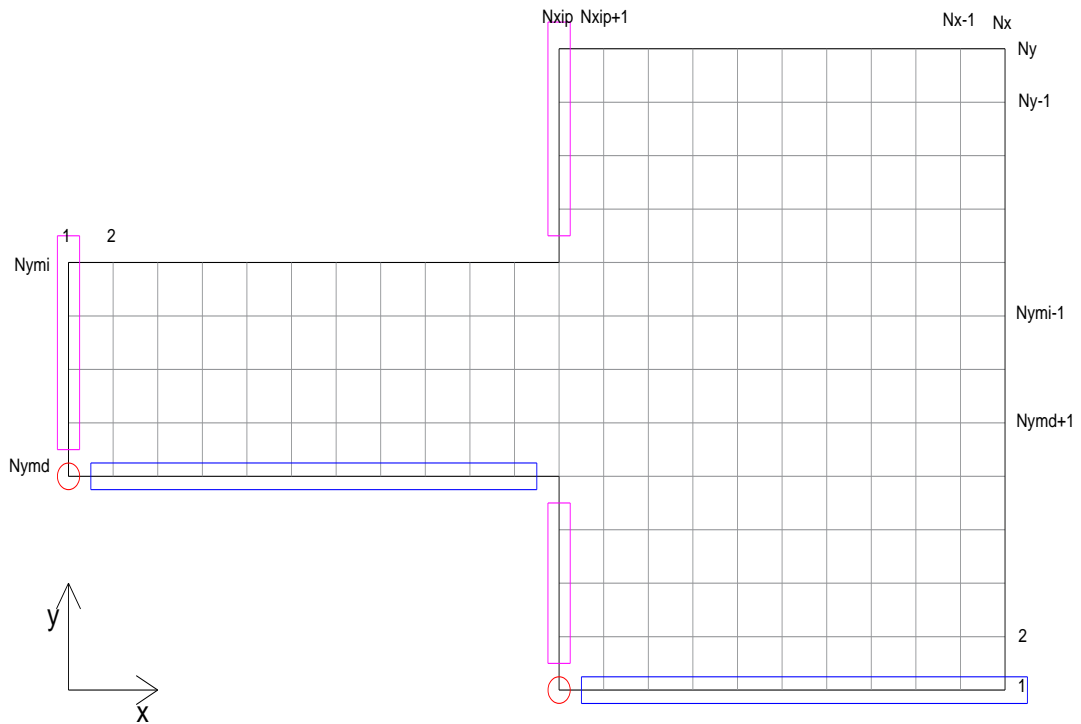
Ubicación de puntos de la malla (contorno horizontal):

$i = 1:N_{xip}-1$	$i = N_{xip}:N_x-1$
$j = N_{ymi}$	$j = N_y$

Ubicación de puntos de la malla (interior):

$i = 1:N_{xip}-1$	$i = N_{xip}:N_x-1$
$j = N_{ymd}:N_{ymi}-1$	$j = 1:N_y-1$

Paso de tiempo K+1 (C)



Ubicación de puntos de la malla (esquina):

$i = 1$	$i = Nxip$
$j = Nymd$	$j = 1$

Ubicación de puntos de la malla (contorno vertical):

$i = 1$	$i = Nxip$	$i = Nxip$
$j = Nymd+1:Nymi$	$j = 2:Nymd-1$	$j = Nymi+1:Ny$

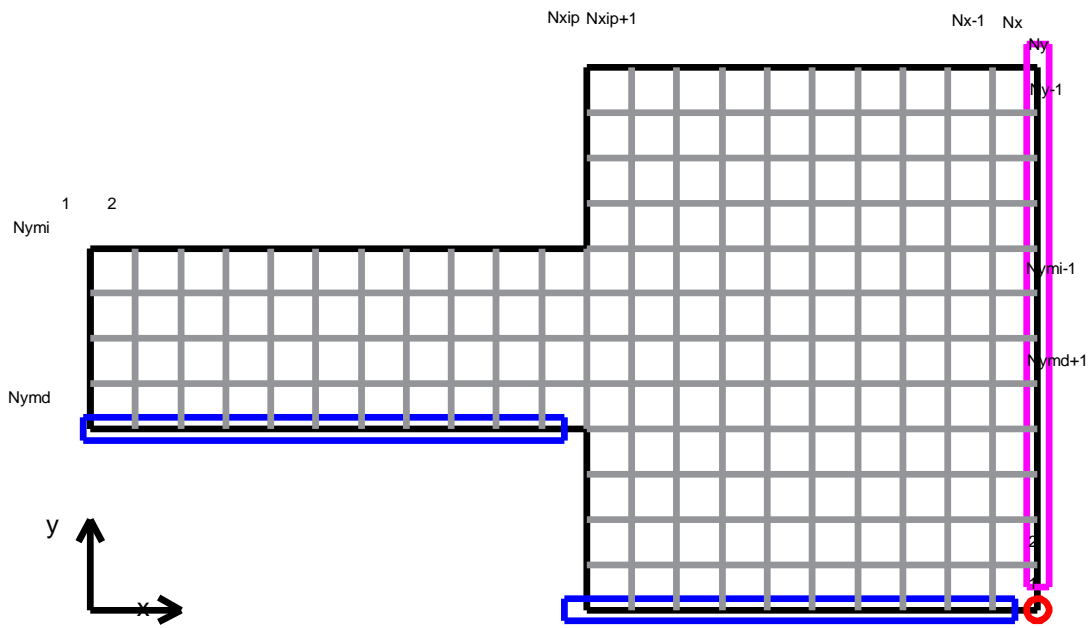
Ubicación de puntos de la malla (contorno horizontal):

$i = Nxip+1:Nx$	$i = 2:Nxip-1$
$j = 1$	$j = Nymd$

Ubicación de puntos de la malla (interior):

$i = 2:Nxip$	$i = Nxip$	$i = Nxip+1:Nx$
$j = Nymd+1:Nymi$	$j = Nymd$	$j = 2:Ny$

Paso de tiempo K+2 (C)



Ubicación de puntos de la malla (esquina):

$i = N_x$
$j = 1$

Ubicación de puntos de la malla (contorno vertical):

$i = N_x$
$j = 2:N_y$

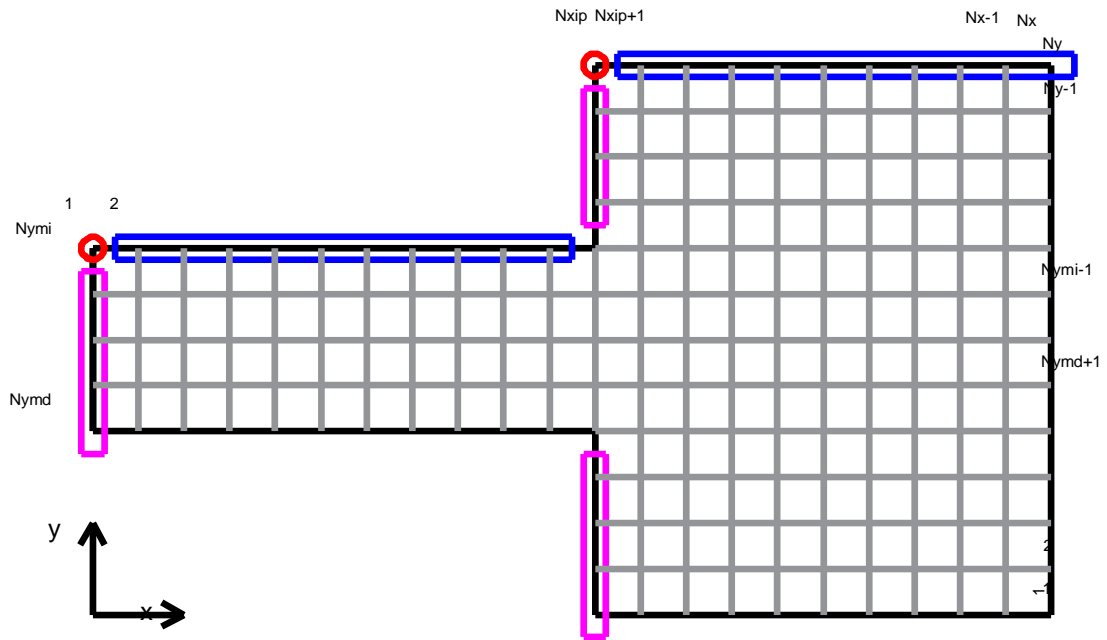
Ubicación de puntos de la malla (contorno horizontal):

$i = 1:N_{xip}-1$	$i = N_{xip}:N_x-1$
$j = N_{ymd}$	$j = 1$

Ubicación de puntos de la malla (interior):

$i = 1:N_{xip}-1$	$i = N_{xip}:N_x-1$
$j = N_{ymd}+1:N_{ymi}$	$j = 2:N_y$

Paso de tiempo K+3 (C)



Ubicación de puntos de la malla (esquina):

$i = 1$	$i = Nxip$
$j = Nymi$	$j = Ny$

Ubicación de puntos de la malla (contorno vertical):

$i = 1$	$i = Nxip$	$i = Nxip$
$j = Nymd:Nymi-1$	$j = 1:Nymd-1$	$j = Nymi+1:Ny-1$

Ubicación de puntos de la malla (contorno horizontal):

$i = 2:Nxip-1$	$i = Nxip+1:Nx$
$j = Nymi$	$j = Ny$

Ubicación de puntos de la malla (interior):

$i = 2:Nxip$	$i = Nxip$	$i = Nxip+1:Nx$
$j = Nymd:Nymi-1$	$j = Nymi$	$j = 1:Ny-1$